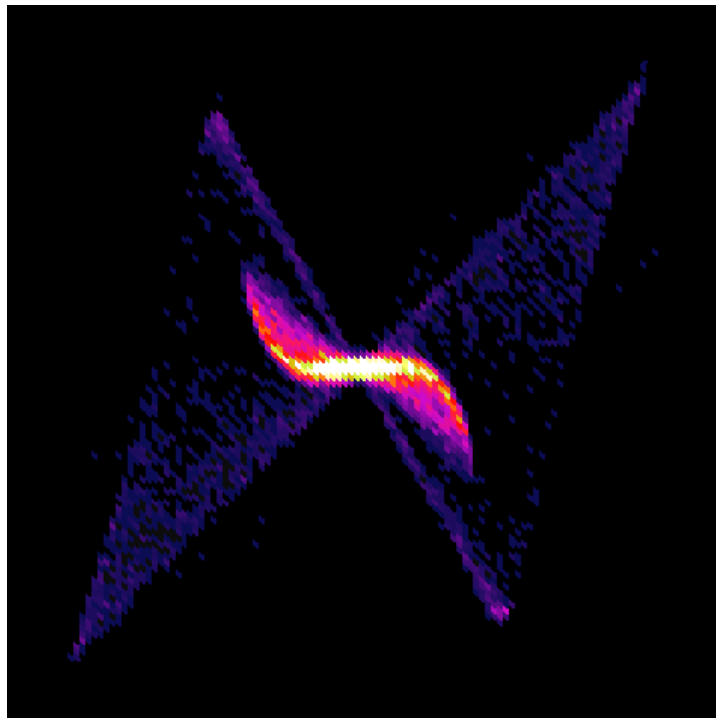


Fokussier- und Abbildungseigenschaften von Solenoiden

Marcel Lotz

Bachelorarbeit
am Institut für Angewandte Physik
der Goethe-Universität Frankfurt am Main

Gutachter:
Prof. Dr. Ulrich Ratzinger
Dr. Oliver Meusel



30. September 2011

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Physikalische Grundlagen	4
2.1. Phasenraumverteilung	4
2.1.1. Emittanz	5
2.1.2. Wölbung	6
2.1.3. Twissparameter	6
2.2. Emittanzwachstum	7
2.3. Analytische Transformation der Twissparameter	9
2.4. Strahlpotential	11
2.5. Generalisierte Perveanz	13
3. Motivation	14
4. Aufbau des Experiments	18
4.1. Volumenquelle	18
4.2. Solenoid Typ II	19
4.3. Schlitz-Gitter-Emittanzmessanlage	21
4.4. Strahl- und Fokussierparameter	23
4.5. Ausgangsverteilung für analytische Rechnungen und Simulation	24
5. Untersuchung der Abbildungseigenschaften eines Solenoides	29
5.1. Analytische Rechnung zur Fokussierung des Heliumstrahls	30
5.2. Numerische Simulationen zur Fokussierung des Heliumstrahls	36
5.2.1. Strahltransportsimulation unter Verwendung eines Kastenfeldes als Äquivalenz zur Analytik	36
5.2.2. Strahltransportsimulation unter Verwendung einer realistischen Feld- verteilung	36
5.3. Messung der Phasenraumellipsenlage	39
5.4. Auswertung von Emittanz und Wölbung	40
5.5. Vergleich der Simulationen beider Startverteilungen	46
6. Zusammenfassung und Ausblick	49
Literatur	52
Abbildungsverzeichnis	54

Tabellenverzeichnis	57
Anhang:	
I. Impuls- und Perveanzäquivalent	59
Danksagung	60

1. Einleitung

Beschleunigerstrukturen werden an vielen Orten der Welt entwickelt und aufgebaut, um unterschiedliche Zwecke zu erfüllen. So kann Materialforschung betrieben, nach bisher unentdeckten Teilchen gesucht oder das Innere von Sternen im Labor nachgestellt werden. Auch das Institut für Angewandte Physik der Goethe-Universität Frankfurt am Main beschäftigt sich unter anderem mit dem Thema Astrophysik. Die Frankfurter Neutronenquelle am Stern-Gerlach-Zentrum (FRANZ) ist hier seit einigen Jahren in der Entwicklung und soll, neben dem Einsatz neuer Messmethoden und Komponenten für den Transport von intensiven Ionenstrahlen, einen Einblick in das Innere der sogenannten Roten Riesen geben. Dort findet der s-Prozess statt, bei dem durch Neutroneneinfang und β^- -Zerfall ungefähr 50 % der Häufigkeit von Elementen schwerer als Eisen erzeugt wird [21]. Bei FRANZ (siehe Abbildung 1.1) werden für die Erzeugung von Neutronen aus einer Volumenquelle bis zu 200 mA Protonen mit 120 keV kinetischer Energie extrahiert und dann im Kompressormodus in einem $E \times B$ -Chopper in 50-100 ns lange Pulse mit einer Wiederholrate von 250 kHz zerteilt [30]. Diese werden dann, nach einer Beschleunigung durch einen Radiofrequenzquadrupol (RFQ) [23] und eine Interdigitale H-Moden (IH)-Struktur [19] im Bunchkompressor ARMADILLO [4, 5, 15] auf einen hochintensiven Bunch mit einer Länge von 1 ns komprimiert und auf das Lithium-Target fokussiert. Bei einer Protonenenergie von 1911 keV wird durch eine ${}^7\text{Li}(p,n){}^7\text{Be}$ -Reaktion ein annähernd thermisches Neutronenspektrum von 25 keV erzeugt [3]. Das entspricht einer Temperatur von etwa 300 Millionen Grad, wie sie auch am Ende der Heliumbrennphase eines Roten Riesen besteht, in der ein Teil der Neutronen für den s-Prozess erzeugt wird [2].

Für den Transport des Protonenstrahls von der Quelle zum Chopper werden zwei Solenoide eingesetzt, die den Strahl transversal fokussieren und ihn damit auf den Einschluss

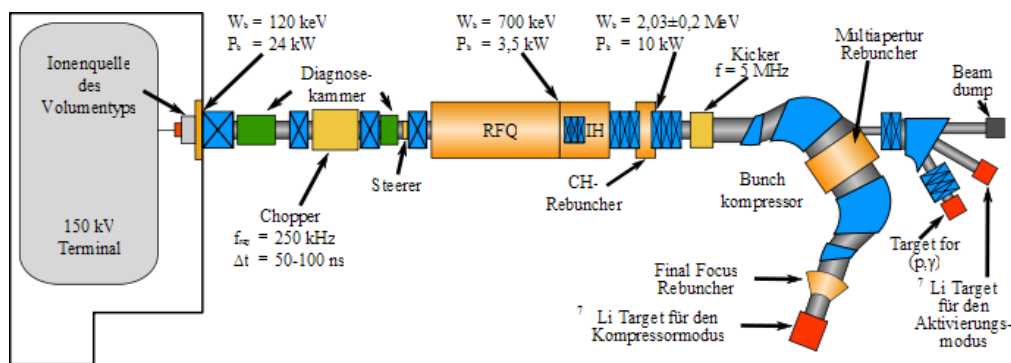


Abbildung 1.1.: Schemazeichnung der Frankfurter Neutronenquelle FRANZ.

in das Choppersystem vorbereiten. Die vorliegende Arbeit behandelt die Fokussier- und Abbildungseigenschaften des ersten der beiden Solenoide. Ein Solenoid ist eine Zylinderspule, deren longitudinales Feld zur Fokussierung eines Ionenstrahls verwendet werden kann. Die radiale Komponente seines Randfeldes steigt typischerweise bis ungefähr zur Hälfte des Aperturradius linear an, was eine lineare Abbildung des Strahls zur Folge hat. Das bedeutet, dass der Ablenkwinkel jedes einzelnen Teilchens proportional zum Radius und damit die Brennweite unabhängig von der Eintrittsposition des Teilchens ist. Überschreitet der Füllgrad die Hälfte des Aperturradius, verursacht der überproportionale Anstieg der radialen Feldkomponente bei hohen Radien eine nichtlineare Abbildung (Aberration), die die Emittanz des Strahls vergrößern kann. Durch die von verschiedenen Strahlführungselementen und dem Target vorgegebene Akzeptanz ist die maximale Emittanz, die der Strahl für den Transport besitzen darf, begrenzt. Deswegen müssen hohe Füllgrade vermieden und das Emittanzwachstum in den verschiedenen Strahlführungselementen abgeschätzt werden.

Der Vorteil von Solenoiden im Vergleich zu zum Beispiel elektrostatisch fokussierenden Quadrupoldupletts oder -tripletts, besteht in der fast vollständigen Erhaltung der Raumladungskompensation. Diese ist gerade bei hohen Strahlströmen wegen der Aufweitung des Strahls wichtig, um keine Teilchenverluste an den Aperturen zu erhalten. Ein Parallelstrahl, der einen Strom von 200 mA ohne Raumladungskompensation, eine kinetische Energie von 120 keV und einen Radius von 8 mm besitzt, verdoppelt seinen Radius schon nach einer Driftstrecke von 220 mm, wobei er dann einen Divergenzwinkel von 65,5 mrad aufweist.

Um die verschiedenen Konzepte der in dieser Arbeit verwendeten Auswertemethoden einzuleiten, werden in Kapitel 2 die physikalischen Grundlagen zu verschiedenen Strahlparametern eingeführt. Dabei spielen die rms-Twissparameter eine entscheidende Rolle. Die Transformation dieser Parameter während einer Drift und beim Transport durch ein Solenoid können unter Verwendung von Matrizen berechnet werden. Die Herleitung dazu befindet sich in Abschnitt 2.3. Des Weiteren werden in Kapitel 2 Definitionen für verschiedene Emittanzbegriffe und eine Übersicht über mögliche Ursachen für Emittanzwachstum dargestellt.

Kapitel 3 beschäftigt sich mit der Niederenergietransportsektion (LEBT-Sektion) von FRANZ und der aus dem Transport von Teilchenstrahlen durch diese Sektion resultierende Motivation für diese Arbeit. Numerische Simulationen zum Transport eines 150 mA Protonenstrahls durch die Aperturen der LEBT-Sektion zeigen, dass das erste Solenoid einen hohen Füllgrad aufweist, sodass ein Emittanzwachstum zu erwarten ist. Um dieses Emittanzwachstum zu untersuchen, wurden in der vorliegenden Arbeit zwei verschiedene experimentelle Aufbauten realisiert, die in Kapitel 4 zusammen mit den einzelnen Komponenten vorgestellt werden. Mit dem ersten Aufbau wurde eine Ausgangsverteilung für die analytischen und numerischen Untersuchungen bestimmt, der zweite Aufbau diente zur Untersuchung der Auswirkung des Solenoidmagnetfeldes auf die Quellenverteilung und für die Messungen der Abbildungseigenschaften.

Der zentrale Teil dieser Arbeit, eine Beschreibung der aus analytischen Rechnungen, numerischen Simulationen und Messungen erhaltenen Ergebnisse, befindet sich in Kapitel 5. Dabei wurde zuerst das Verhalten des Strahls bei analytischen Rechnungen mit

einem magnetischen Kastenfeld untersucht und mit numerischen Simulationen verglichen. Um auf einen Blick die Fokussierung bei unterschiedlichen Solenoidstromstärken vergleichen zu können, wurde die Phasenraumellipsenlage herangezogen. Daran schließen sich Untersuchungen unter Verwendung einer realistischen, aus numerischen Simulationen erhaltenen Feldverteilung an, welche den Messungen gegenübergestellt wurden. Um auch einen Einblick in die innere Struktur der Verteilung zu bekommen, wurden die rms-Emittanz und die normierten vierten Momente (Wölbung) von gemessenen und simulierten Phasenraumverteilungen miteinander verglichen. Weiterhin wurde der Einfluss der Ausgangsverteilung auf die Fokussier- und Abbildungseigenschaften des Solenoides untersucht.

Den Abschluss dieser Arbeit bildet eine Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse der Fokussier- und Abbildungseigenschaften des untersuchten Solenoides in Kapitel 6. Ein kurzer Ausblick zeigt die Möglichkeit, mit Inbetriebnahme einer neuen Quelle und des Hochspannungsterminals einen Strahl zu erzeugen, der den gleichen Impuls und die gleiche generalisierte Perveanz besitzt wie der FRANZ-Protonenstrahl, sodass die Fokussierwirkung des Solenoides und das Verhalten bezüglich der Raumladung identisch sind.

2. Physikalische Grundlagen

2.1. Phasenraumverteilung

Die Phasenraumverteilung ist eine wichtige Größe für die mikroskopische Beschreibung eines Teilchenstrahls. Dabei kann eine endliche Anzahl von n Teilchen als ein Punkt im $6n$ -dimensionalen Phasenraum beschrieben werden. Jeder Punkt in diesem $6n$ -dimensionalen Phasenraum entspricht einem Zustand des Systems. Ist dieses System ein Hamiltonsystem, ist das Volumenelement invariant unter Verwendung kanonischer Transformationen, wie zum Beispiel der Zeitentwicklung des Systems. Die Teilchenverteilung folgt dem Satz von Liouville und verhält sich wie eine inkompressible Flüssigkeit.

Jedes der n Teilchen kann in seinen eigenen, 6-dimensionalen Phasenraum gesetzt werden. Überlagert man nun all diese 6-dimensionalen Phasenräume unter der Annahme, dass die Teilchenwechselwirkung vernachlässigbar ist oder die Wechselwirkung durch ein externes, glattes Feld angenähert werden kann, erhält man einen 6-dimensionalen Phasenraum mit n Punkten, in dem weiterhin der Satz von Liouville gilt [25]. Der 6-dimensionale Phasenraum kann auf seine Unterräume x - x' , y - y' und z - z' projiziert werden. Dabei sind x, y, z die Ortskoordinaten und $x' = \frac{p_x}{p_z}$, $y' = \frac{p_y}{p_z}$ und $z' = \frac{p_z}{p_z}$ die Verhältnisse der Impulskomponenten zum durchschnittlichen, longitudinalen Impuls [10]. In paraxialer Näherung, das heißt für kleine transversale Impulse $p_x, p_y \ll p_z$, entspricht dieses Verhältnis dem Ablenkwinkel (siehe Abbildung 2.1):

$$x' \approx \tan(x') \quad \text{beziehungsweise} \quad y' \approx \tan(y').$$

Bei Hochfrequenzbeschleunigern wird aufgrund des Bunchcharakters des Teilchenstrahls

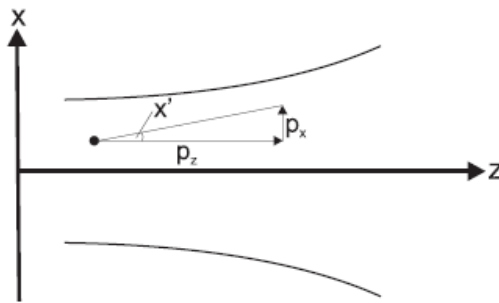


Abbildung 2.1.: Darstellung des Zusammenhangs zwischen transversalem Impuls und Ablenkwinkel (aus [17]).

oftmals statt der z - z' -Ebene die ϕ - ΔW -Ebene genutzt. Diese gibt die Phasenabweichung

zur Sollphase des HF-Beschleunigers in longitudinaler Richtung und die zugehörige Energieabweichung an. Die Phase ist hierbei die Distanz des Ions vom Bunchschwerpunkt, wobei der Abstand zwischen 2 Bunchschwerpunkten 360° entspricht. Um von der absoluten Position z auf die Phase ϕ umzurechnen, nutzt man folgenden Zusammenhang:

$$\frac{\Delta z}{\beta\lambda} = \frac{-\Delta t}{T_{HF}} = \frac{-\Delta\phi}{360^\circ}.$$

Hierbei ist $\beta\lambda$ die räumliche Periode, die den Abstand zwischen zwei Bunchschwerpunkten beschreibt, T_{HF} die Zeit einer HF-Periode und $\beta = \frac{v}{c}$ das Verhältnis der Teilchengeschwindigkeit zur Lichtgeschwindigkeit. Das Minus entsteht dadurch, dass Teilchen mit einer positiven Ortsablage „zu früh“ ankommen und damit eine negative Phase erhalten.

2.1.1. Emittanz

In den zweidimensionalen, transversalen Phasenraumprojektionen ist die Emittanz ein Maß für die Fläche, die die Teilchen in diesem Phasenunterraum einnehmen. Dabei wird zwischen verschiedenen Emittanzbegriffen unterschieden:

Die sogenannte *Randemittanz* erhält man, wenn man die Fläche A_x beziehungsweise A_y , die der Teilchenstrahl in einem der transversalen Phasenunterräume einnimmt, durch π teilt:

$$\varepsilon_x = \frac{A_x}{\pi} \quad \text{beziehungsweise} \quad \varepsilon_y = \frac{A_y}{\pi}.$$

Nach dem Satz von Liouville ist diese unter den oben genannten Bedingungen erhalten, wenn zusätzlich die einzelnen Phasenunterräume nicht miteinander koppeln.

Die *effektive Emittanz* beschreibt das Halbachsenprodukt der einhüllenden Ellipse. Dabei gibt man an, wie viel Prozent der Teilchen in dieser einhüllenden Ellipse liegen. Sind das nicht 100 %, spricht man von einer *fraktionellen Emittanz*. Eine 70 %-Emittanz beschreibt also die Fläche der Phasenraumellipse, die 70 % der Teilchen einschließt, dividiert durch die Kreiszahl π .

Die *Root-Mean-Square-Emittanz* (kurz: *rms-Emittanz*) ist über die zweiten Momente des Strahls [24, Kap. 4.1] definiert. Sie berücksichtigt, im Gegensatz zu Rand- und effektiver Emittanz, auch die Dichteverteilungsfunktion der Phasenraumverteilung. In dieser Arbeit wird die Definition von Sacherer [22] verwendet:

$$\varepsilon_{\text{rms}} = \left(\overline{x^2} \cdot \overline{x'^2} - \overline{xx'}^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.1)$$

Die *normierte Emittanz*, auch invariante Emittanz genannt, ist geschwindigkeitsunabhängig. Dafür wird sie mit der normierten Teilchengeschwindigkeit β und mit dem relativistischen Korrekturfaktor γ multipliziert [10, S. 10]:

$$\varepsilon_{\text{norm},x/y} = \beta\gamma\varepsilon_{x/y}.$$

Jede der oben aufgeführten Emittanzen (Rand-, effektive und rms-Emittanz) kann normiert werden.

2.1.2. Wölbung

Die Wölbung, auch normierte vierte Momente genannt, wird beschrieben aus dem Verhältnis zwischen den vierten Momenten und den quadrierten zweiten Momenten der Strahlverteilung [24]:

$$V_x = \frac{\overline{x^4}}{\overline{x^2}^2}. \quad (2.2)$$

Dabei gilt für den Fall einer diskreten Verteilung:

$$\overline{x^4} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4 \quad \text{und} \quad \overline{x^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2.$$

Für den Fall einer kontinuierlichen Verteilung mit elliptischer Symmetrie und verschwindenden ersten Momenten \bar{x} gilt

$$\overline{x^4} = \frac{3\pi a_x^5 a_y}{8} \int_0^1 r^4 \cdot n(r) \, dr^2 \quad \text{und} \quad \overline{x^2} = \frac{\pi a_x^3 a_y}{2} \int_0^1 r^2 \cdot n(r) \, dr^2,$$

mit a_x/y der maximalen Ausdehnung des Strahls in x beziehungsweise y . Die Variable x kann hierbei der Position x der Teilchen entsprechen, die Wölbung kann aber auch von anderen Größen wie zum Beispiel den Winkeln x' berechnet werden. In dieser Arbeit berechnete Wölbungen beziehen sich jedoch alle auf die Verteilung der Teilchenposition x .

Was bedeuten nun verschiedene Wölbungen? Eine Wölbung von $V = 2$ entspricht zum Beispiel einer homogenen Strahlionendichteverteilung $n(r) = \frac{1}{\pi a_x a_y}$, eine Wölbung von $V = 9/4$ einer Waterbag-Verteilung $n(r) = \frac{2}{\pi a_x a_y} (1 - r^2)$.

Eine Wölbung $V > 2$ bedeutet, dass der Strahl eine größere Dichte bei niedrigem Radius r besitzt (die dreidimensionale Dichtefunktion wölbt sich nach oben), während bei einer Wölbung $V < 2$ die Strahlionendichte bei großen Radien r größer ist als bei kleinen. In diesem Fall handelt es sich um einen Hohlstrahl.

Beim Transport bedingt die nichtlineare Feldenergie des Strahls eine Umverteilung der Strahlionen, wodurch die rms-Emittanz wächst. Wird im Fall eines vollständig dekompenzierten Strahls die Strahlionendichte homogen, ist die Feldenergie des Strahls minimal, die Emittanz maximal und die Wölbung nimmt einen Wert von $V = 2$ an [14, 27].

2.1.3. Twissparameter

Die Phasenraumellipse im x - x' -Phasenraum kann durch folgende Formel beschrieben werden [28, S. 158]:

$$\gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 = \varepsilon.$$

Analog dazu kann die Phasenraumellipse natürlich auch im y - y' -Phasenraum definiert werden. Da eine Ellipse durch drei Parameter vollständig definiert ist (Größen ihrer

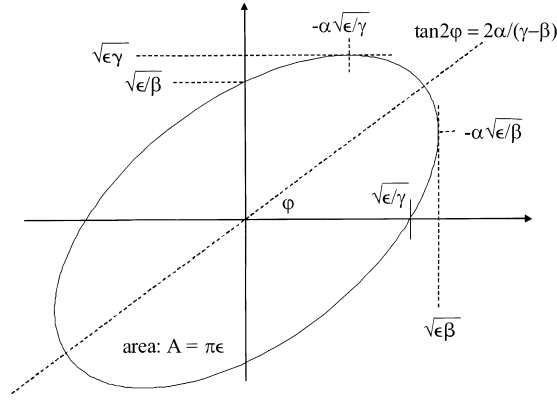


Abbildung 2.2.: Darstellung einer Phasenraumellipse mit den Twissparametern α , β und γ (aus [28]).

beiden Halbachsen und Neigungswinkel zur x -Ebene), muss einer der vier Parameter α , β , γ und ϵ durch die anderen beschrieben werden können. Es gilt:

$$\beta\gamma - \alpha^2 = 1.$$

In Abbildung 2.2 sind eine Phasenraumellipse und einige ihrer Eigenschaften, beschrieben durch die Twissparameter, gezeigt. Es ist, wie oben beschrieben, $\pi\epsilon$ die Fläche der Ellipse und $\tan(2\varphi) = \frac{2\alpha}{\gamma-\beta}$ mit φ , dem Winkel zwischen der x -Achse und der großen Halbachse der Phasenraumellipse. Des Weiteren lassen sich Beziehungen für die maximalen x - und y -Positionen und Schnittpunkte mit den beiden Achsen der Ellipse durch die Twissparameter beschreiben.

Wie bei der Emittanz gibt es auch bei den Twissparametern rms-Werte. Diese errechnen sich wie folgt [28, S. 163]:

$$\begin{aligned}\alpha_{\text{rms}} &= -\frac{\overline{xx'}}{\epsilon_{\text{rms}}} \\ \beta_{\text{rms}} &= \frac{\overline{x^2}}{\epsilon_{\text{rms}}} \\ \gamma_{\text{rms}} &= \frac{\overline{x'^2}}{\epsilon_{\text{rms}}}\end{aligned}$$

mit der schon in Gleichung 2.1 definierten rms-Emittanz $\epsilon_{\text{rms}} = \left(\overline{x^2} \cdot \overline{x'^2} - \overline{xx'}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$.

2.2. Emittanzwachstum

Beim Transport durch ein Solenoid kann sich die Emittanz eines Teilchenstrahls durch verschiedene Effekte ändern. Diese sind unter anderem chromatische Aberrationen durch

die Energieverschmierung der Teilchen, geometrische Aberrationen durch von geometrischen Faktoren abhängige Effekte, Dichtefunktionsänderungen durch Kompensationselektronen und Redistribution des Strahls aufgrund von nichtlinearen Eigenfeldern. Für zum Beispiel den FRANZ Protonenstrahl, aber nicht für den in dieser Arbeit verwendeten Heliumstrahl, sind außerdem die Einflüsse der Eigenfelder von Molekülfraktionen im Strahl, wie H_2^+ und H_3^+ , relevant.

Bei *chromatischen Aberrationen* handelt es sich um eine nichtlineare Abbildung durch die Impulsverschmierung der Teilchen. Die Brennweite eines Solenoides berechnet sich nach

$$f = \frac{1}{k \cdot \sin(ks)} \quad (2.3)$$

mit

$$k = \frac{q \cdot B_{0,\max}}{2p}. \quad (2.4)$$

Hierbei ist q die Ladung des Ions, $B_{0,\max}$ das maximale B-Feld auf der Achse, p der Teilchenimpuls und s die effektive Länge des Feldes [29]. Der Kehrwert des Impulses p der Teilchen steht also sowohl im Argument des Sinus als auch als Faktor im Nenner der Brennweite. Für die Abhängigkeit der Brennweite von einer Variation des Impulses gilt in erster Näherung:

$$\begin{aligned} \Delta f &= \frac{\partial f}{\partial p} \Delta p; \\ f &= \frac{1}{k \sin(ks)} = \frac{p}{k' \sin(\frac{k's}{p})} \quad \text{mit} \quad k' = \frac{eB_0}{2} = kp \\ \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial p} &= \frac{k' \sin(\frac{k's}{p}) + p \cdot k' \cos(\frac{k's}{p}) \cdot \frac{k's}{p^2}}{k'^2 \sin^2(\frac{k's}{p})} \\ &= \frac{\sin(ks) + ks \cos(ks)}{k' \sin^2(ks)} \\ \Rightarrow \Delta f &= \frac{\sin(ks) + ks \cos(ks)}{k' \sin^2(ks)} \Delta p. \end{aligned}$$

Für den Spezialfall des in den Experimenten dieser Arbeit verwendeten Heliumstrahls ist in Abschnitt 4.4 eine Abschätzung gegeben.

Bei den *geometrischen Aberrationen* spielen verschiedene Effekte eine Rolle. Zum Beispiel wird bei der Rotation des Teilchenstrahls im Magnetfeld longitudinaler Impuls, abhängig vom Abstand des Teilchens von der Achse, in transversalen Impuls umgewandelt. Durch die Verringerung des longitudinalen Impulses aufgrund der Energieerhaltung entsteht ein Effekt wie bei den chromatischen Aberrationen, sodass Teilchen mit großem Abstand von der Solenoidachse überfokussiert werden. Dieser Effekt führt zu einer S-Form in der Phasenraumverteilung. Im Gegensatz zu den nachfolgenden Aberrationen tritt er jedoch nicht erst bei hohen Füllgraden auf.

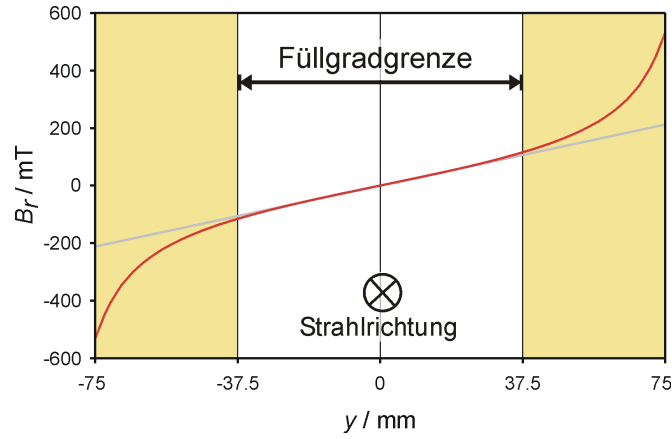


Abbildung 2.3.: Simulation der radialen magnetischen Flussdichte unter der Eisenkante des Solenoides und aus dem Verlauf resultierende Füllgradgrenze (aus [29]).

Auch die Abbildungsfehler durch den nichtlinearen Feldverlauf des Solenoides gehören zu den geometrischen Aberrationen. Wie in Abbildung 2.3 zu sehen ist, ergibt sich bei dem in dieser Arbeit untersuchten Solenoid bis zu einem Radius von ungefähr 50 % der Apertur ein linearer Verlauf der radialen magnetischen Flussdichte. Darüber hinaus ergeben sich Nichtlinearitäten, die Aberrationen am Strahl hervorrufen [29, S. 29]. So ist die Brennweite des Solenoides für Teilchen, die sich in dem nichtlinearen Teil der magnetischen Flussdichte befinden, kürzer als bei den Teilchen, die näher an der Achse liegen, sodass es zu einer S-Form der Phasenraumverteilung und damit zu einem Anstieg der effektiven und der rms-Emittanz kommt.

Dichtefunktionsänderungen durch Kompensationselektronen und nichtlineare Eigenfelder geschehen nicht nur innerhalb von Fokussierelementen wie dem Solenoid, sondern auch in anderen Strahltransportelementen wie einer Drift. Dort kann sich die nichtlineare Feldenergie im Strahl verringern, was zu einer Emittanzerhöhung führt (siehe Abschnitt 2.1.1).

2.3. Analytische Transformation der Twissparameter

Die Twissparameter geben die Lage der Emittanzellipse in einem der transversalen Phasenunterräume an. Kennt man die Transfermatrizen (in der Literatur R-Matrix genannt) für ein entsprechendes Strahltransportelement, kann man mit Hilfe einer Matrixtransformation die Änderung der Twissparameter in diesem Strahltransportelement berechnen.

Die 4×4 -R-Matrix für eine Drift mit der Länge L lautet:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & L & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Multipliziert man diese Matrix mit den Koordinaten eines einzelnen Teilchens am Eingang der Drift, erhält man die Position des Teilchens am Ende der entsprechenden Drift:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ y_0 \\ y'_0 \end{pmatrix}.$$

Betrachtet man nur die Entwicklung eines transversalen Unterraums, erhält man:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}.$$

Eine Matrixtransformation mit $T = R \cdot T_0 \cdot R^T$ ergibt die Entwicklung der Twissparameter bei einem Strahldurchgang durch eine Drift:

$$\begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ -\alpha & \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \beta_0 & -\alpha_0 \\ -\alpha_0 & \gamma_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ L & 1 \end{pmatrix}.$$

Daraus folgt (vgl. [28, S. 159]):

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 - L\gamma_0, \\ \beta &= \beta_0 - 2L\alpha_0 + L^2\gamma_0, \\ \gamma &= \gamma_0. \end{aligned}$$

Für den Strahltransport durch ein Solenoid gibt es ebenfalls eine R-Matrix [11, S. 145]:

$$R = \begin{pmatrix} \cos^2(ks) & \sin(ks) \cos(ks)/k & \sin(ks) \cos(ks) & \sin^2(ks)/k \\ -k \sin(ks) \cos(ks) & \cos^2(ks) & -k \sin^2(ks) & \sin(ks) \cos(ks) \\ -\sin(ks) \cos(ks) & -\sin^2(ks)/k & \cos^2(ks) & \sin(ks) \cos(ks)/k \\ k \sin^2(ks) & -\sin(ks) \cos(ks) & -k \sin(ks) \cos(ks) & \cos^2(ks) \end{pmatrix}.$$

Hierbei ist s die effektive Länge des Solenoides und $k = \frac{q \cdot B_{0,max}}{2p}$ wie in den Gleichungen 2.3 und 2.4. In einem Solenoid beschreiben Teilchen, die nicht auf der Achse liegen, eine Kreisbewegung mit einem Radius, der dem halben Abstand von der Achse entspricht [9]. Diese Kreisbewegung lässt sich in eine Rotation um die Achse und eine Fokussierung auf die Achse des Solenoides zerlegen. Dazu dreht man das Koordinatensystem unter Verwendung der Drehmatrix [11, S. 142] um $-ks$ um die Strahlachse, wodurch die beiden

Ebenen $x-x'$ und $y-y'$ voneinander entkoppelt werden:

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} \cos(-ks) & 0 & \sin(-ks) & 0 \\ 0 & \cos(-ks) & 0 & \sin(-ks) \\ -\sin(-ks) & 0 & \cos(-ks) & 0 \\ 0 & -\sin(-ks) & 0 & \cos(-ks) \end{pmatrix} \\
& \cdot \begin{pmatrix} \cos^2(ks) & \sin(ks) \cos(ks)/k & \sin(ks) \cos(ks) & \sin^2(ks)/k \\ -k \sin(ks) \cos(ks) & \cos^2(ks) & -k \sin^2(ks) & \sin(ks) \cos(ks) \\ -\sin(ks) \cos(ks) & -\sin^2(ks)/k & \cos^2(ks) & \sin(ks) \cos(ks)/k \\ k \sin^2(ks) & -\sin(ks) \cos(ks) & -k \sin(ks) \cos(ks) & \cos^2(ks) \end{pmatrix} \\
& = \begin{pmatrix} \cos(ks) & \sin(ks)/k & 0 & 0 \\ -k \sin(ks) & \cos(ks) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(ks) & \sin(ks)/k \\ 0 & 0 & -k \sin(ks) & \cos(ks) \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

Unter der Annahme eines rotationssymmetrischen Strahls kann man die Drehung des Koordinatensystems in der weiteren Betrachtung vernachlässigen.

Auch hier lässt sich diese vierdimensionale Matrix auf den zweidimensionalen $x-x'$ -Phasenraum herunterbrechen. Für die Entwicklung der Twissparameter gilt

$$\begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ -\alpha & \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(ks) & \sin(ks)/k \\ -k \sin(ks) & \cos(ks) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \beta_0 & -\alpha_0 \\ -\alpha_0 & \gamma_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(ks) & -k \sin(ks) \\ \sin(ks)/k & \cos(ks) \end{pmatrix},$$

woraus nach dem Ausmultiplizieren folgt:

$$\begin{aligned}
\alpha &= k \cos(ks) \sin(ks) \beta_0 - \sin^2(ks) \alpha_0 + \cos^2(ks) \alpha_0 - \frac{\cos(ks) \sin(ks)}{k} \gamma_0, \\
\beta &= \cos^2(ks) \beta_0 - 2 \frac{\cos(ks) \sin(ks) \alpha_0}{k} + \left(\frac{\sin(ks)}{k} \right)^2 \gamma_0, \\
\gamma &= k^2 \sin^2(ks) \beta_0 + 2k \sin(ks) \cos(ks) \alpha_0 + \cos^2(ks) \gamma_0.
\end{aligned}$$

2.4. Strahlpotential

Das Strahlpotential $\Phi(r)$ lässt sich für den vereinfachten Fall eines zylinderförmigen Strahls mit unendlicher Ausdehnung in Strahlrichtung und einer homogenen Ladungsdichteverteilung n analytisch berechnen. Dazu benötigt man das elektrische Feld E , das sich mit dem Satz von Gauß-Ostrogradski über $\oint E dA = \int \frac{\rho}{\epsilon_0} dV$ berechnen lässt. Hierbei ist ρ die Ladungsdichte $n \cdot e$, mit e , der elektrischen Ladung eines Elektrons und ϵ_0 , der elektrischen Feldkonstante. Für die Berechnung des Potentials wird das Strahlrohr mit dem Radius r_{rohr} auf $\Phi(r = r_{\text{rohr}}) = 0$ gelegt. Die Variable R bezeichnet den Radius des Strahls.

Berechnung des Strahlpotentials außerhalb des Strahls:

$$\begin{aligned}
 E_a(r) &= \frac{enR^2}{2\varepsilon_0 r} ; \\
 \Phi_a(r) &= - \int E dr = - \int \frac{enR^2}{2\varepsilon_0 r} dr \\
 &= - \frac{enR^2}{2\varepsilon_0} \ln(r) + C_1 ,
 \end{aligned}$$

mit $\Phi_a(r = r_{\text{rohr}}) = 0$ gilt:

$$\begin{aligned}
 0 &= - \frac{enR^2}{2\varepsilon_0} \ln(r_{\text{rohr}}) + C_1 \\
 \Rightarrow C_1 &= \frac{enR^2}{2\varepsilon_0} \ln(r_{\text{rohr}}) \\
 \Rightarrow \Phi_a(r) &= - \frac{enR^2}{2\varepsilon_0} \ln(r) + \frac{enR^2}{2\varepsilon_0} \ln(r_{\text{rohr}}) \\
 &= \frac{enR^2}{2\varepsilon_0} \ln\left(\frac{r_{\text{rohr}}}{r}\right) .
 \end{aligned}$$

Berechnung des Strahlpotentials innerhalb des Strahls:

$$\begin{aligned}
 E_i(r) &= \frac{enr}{2\varepsilon_0} ; \\
 \Phi_i(r) &= - \int E dr = - \int \frac{enr}{2\varepsilon_0} dr \\
 &= - \frac{enr^2}{4\varepsilon_0} + C_2 ,
 \end{aligned}$$

mit $\Phi_i(r = R) = \Phi_a(r = R)$ gilt:

$$\begin{aligned}
 \frac{enR^2}{2\varepsilon_0} \ln\left(\frac{r_{\text{rohr}}}{R}\right) &= - \frac{enR^2}{4\varepsilon_0} + C_2 \\
 \Rightarrow C_2 &= \frac{enR^2}{2\varepsilon_0} \left(\ln\left(\frac{r_{\text{rohr}}}{R}\right) + \frac{1}{2} \right) \\
 \Rightarrow \Phi_i(r) &= - \frac{enr^2}{4\varepsilon_0} + \frac{enR^2}{2\varepsilon_0} \left(\ln\left(\frac{r_{\text{rohr}}}{R}\right) + \frac{1}{2} \right) .
 \end{aligned}$$

Das Strahlachs- und Strahlrandpotential ergibt sich demnach zu:

$$\begin{aligned}
 \Phi(r = 0) &= \frac{enR^2}{2\varepsilon_0} \left(\ln\left(\frac{r_{\text{rohr}}}{R}\right) + \frac{1}{2} \right) , \\
 \Phi(r = R) &= \frac{enR^2}{2\varepsilon_0} \ln\left(\frac{r_{\text{rohr}}}{R}\right) .
 \end{aligned}$$

Möchte man, statt mit einer Ladungsdichte, mit den auftretenden Strahlströmen I rechnen kann man folgende Umrechnung nutzen:

$$e \cdot n = \frac{I}{\pi R^2 v} .$$

Damit ergibt sich für Strahlachs- und Strahlrandpotential:

$$\Phi(r = 0) = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 v} \left(\ln \left(\frac{r_{\text{rohr}}}{R} \right) + \frac{1}{2} \right) , \quad (2.5)$$

$$\Phi(r = R) = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 v} \ln \left(\frac{r_{\text{rohr}}}{R} \right) . \quad (2.6)$$

Diese beiden Potentiale eignen sich gut, um Strahlen miteinander zu vergleichen und können mit Hilfe der Restgasionenenergiespektroskopie experimentell ermittelt werden [8, S. 102ff.].

2.5. Generalisierte Perveanz

Mit der generalisierten Perveanz ist es möglich, eine Abschätzung für die Raumladungseffekte eines Teilchenstrahls zu machen. Für einen parallelen, zylindersymmetrischen, homogen geladenen Strahl, der in der Mitte eines ebenfalls zylindersymmetrischen Strahlrohrs liegt, gibt es bei großer Ausdehnung in z -Richtung nur eine Radialkraft und keine Kräfte in axialer Richtung. Unter diesen Annahmen gilt im nichtrelativistischen Fall für die generalisierte Perveanz [10]:

$$K = \frac{\Delta U}{U} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{m_i}{2q_i}} \frac{I}{U^{\frac{3}{2}}} . \quad (2.7)$$

Dabei ist m_i die Masse der Ionen, q_i ihre Ladung, I der Strahlstrom und U die Beschleunigungsspannung. ΔU ist die Differenz zwischen Strahlachs- und Strahlrandpotential (siehe Gleichungen 2.5 und 2.6).

3. Motivation

Fokussierung niederenergetischer Ionenstrahlen

Der erste Teil der LEBT-Sektion der Frankfurter Neutronenquelle FRANZ (siehe Abbildung 3.1) befindet sich im Aufbau. Zusätzlich zu ihrer Aufgabe, den Ionenstrahl in die Akzeptanz des RFQ einzupassen, dient sie schon in dieser Phase als Teststand für unterschiedliche Fokussier- und Diagnosemethoden bei hohen Strahlströmen. Sie wird aus einer Ionenquelle, einem Chopper mit anschließendem Septummagneten (siehe Abbildung 3.2), vier Solenoiden (zwei für das Einpassen des Strahls in den Chopper und zwei für das Einpassen in den RFQ) und drei Diagnose- und Pumptanks bestehen. Ein Vakuumschott und ein Strahltransformator vervollständigen den Aufbau.

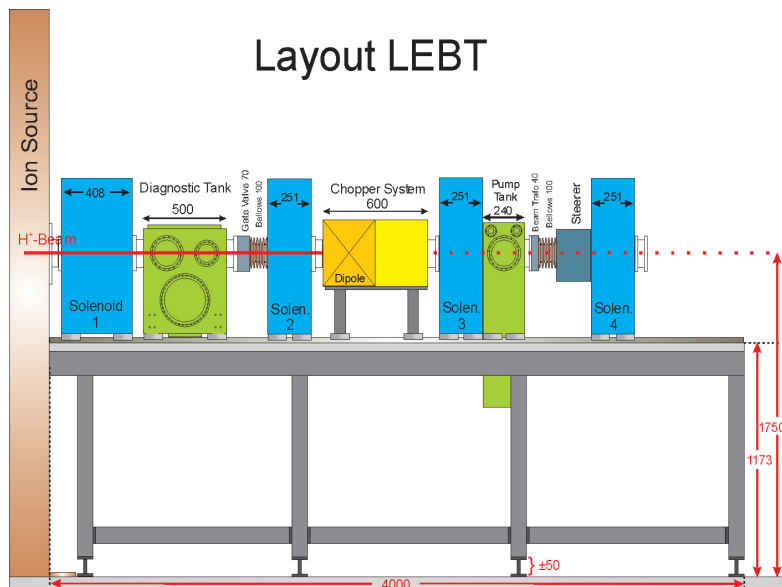


Abbildung 3.1.: Schematische Übersicht der LEBT-Sektion der Neutronenquelle FRANZ (aus [29]).

Die Ionenquelle vom Volumentyp wird einen Protonenstrahlstrom von 200 mA liefern. Ein Prototyp mit diesem Strahlstrom wurde schon für das „International Fusion Materials Irradiation Facility“ (IFMIF)-Szenario entworfen [12] und für die Nutzung bei FRANZ weiterentwickelt [16]. Ein Pentodenextraktionssystem in der Quelle beschleunigt den Strahl, bei variabler Extraktionsspannung, auf eine kinetische Energie von 120 keV. Die ersten beiden Solenoide passen den Strahl in den $E \times B$ -Chopper ein. Bei ausgeschaltetem E-Feld lenkt das statische B-Feld den Strahl auf eine Kreisbahn, sodass dieser am

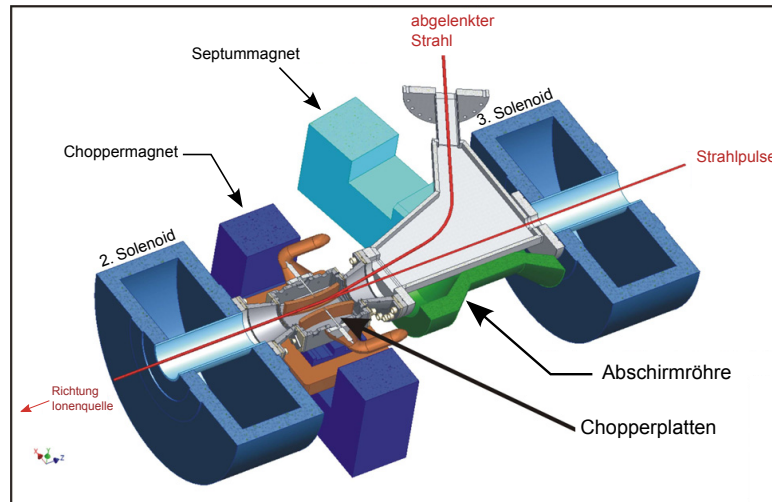


Abbildung 3.2.: Choppersystem mit anschließendem Septummagnet. Rot sind die Trajektorien des abgelenkten und des nicht abgelenkten Strahls (nach [30]).

Ende des Choppers mit einem Winkel von 11° von der eigentlichen Strahlachse abgelenkt wird. Nach einer kurzen Drift wird dieser Strahl durch einen Septummagneten in einen Strahldump gelenkt und dort aufgefangen. Wird das E-Feld eingeschaltet, kompensiert es kurzzeitig die Ablenkung durch das B-Feld, sodass ein Strahlpuls mit einem Pulsplateau von 50 bis 100 ns entsteht [30]. Diese im Chopper erzeugten Strahlpulse mit einer Wiederholrate von 250 kHz werden mit den Solenoiden drei und vier erneut fokussiert und dann in den RFQ eingeschossen. Die Diagnosetanks enthalten verschiedene Geräte zur Strahldiagnose, sowohl invasive, strahlzerstörende Messmethoden wie die Faradaytasse, als auch nicht-invasive Messmethoden wie den FCT (Fast Current Transformer) und eine optische Strahltomografie [20, 26]. An den Diagnosetanks werden zwei Turbomolekularpumpen angebracht, um die LEBT-Sektion auf einen Druck von 10^{-8} mbar zu bringen.

Um die optimalen Aperturgrößen für den Chopper und den Septummagnet der FRANZ-LEBT-Sektion festzulegen, werden in der Designphase Simulationen durchgeführt, um die Auswirkung der Veränderungen dieser Elemente auf den Strahl zu testen. Ziel ist es dabei, einen optimalen Einschuss in den RFQ zu gewährleisten. Wählt man die Aperturen zu klein, bekommt man Strahlverluste, was gerade im Choppersystem aufgrund von Sekundärpartikelproduktion zu Hochspannungsüberschlägen und damit zu einem Ausfall des Systems führen kann. Wählt man aber beispielsweise den Abstand der Chopperplatten zueinander zu groß, werden bei konstanter Leistung die elektrischen Felder zu gering, um die Ablenkung durch das magnetische Feld kompensieren zu können. Wählt man hingegen die Länge der Strahlführungselemente zu groß, erhält man einen durch die Raumladung bedingten höheren Füllgrad innerhalb der Solenoide und dadurch ein Emittanzwachstum durch die nichtlinearen Feldanteile (siehe Abschnitt 2.2).

Für diese Simulationen wurde das Simulationsprogramm *Lintra* [18] verwendet. Bei einem Strahlstrom von bis zu 200 mA wirken starke Raumladungskräfte, die den Strahl

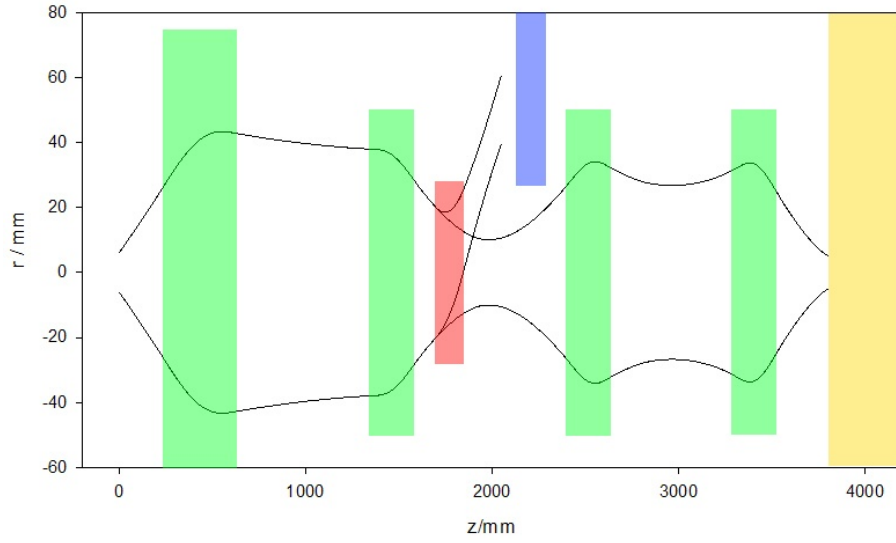


Abbildung 3.3.: Strahlenvelope aus Transportsimulationen durch die FRANZ LEBT-Sektion für einen Protonenstrahl mit 150 mA Strahlstrom, bei einer Strahlenergie von 120 keV und je 10 % H_2^+ - und H_3^+ -Fraktion. Die angenommene Raumladungskompensation beträgt 85 %.

während des Flugs aufweiten. Ohne die Solenoide würde der Strahl auf die strahlführenden Elemente treffen und dort Energie deponieren. 10 % Verluste bei 120 keV Strahlenergie würden hierbei schon 2,4 kW Leistung bedeuten, die als Wärme abgeführt werden müssten. Der Optimierung wurden die aktuellen Aperturradien zugrunde gelegt. Für das Solenoid Typ II sind das 75 mm, für den Typ I 50 mm. Die Chopperplatten haben an ihren Enden einen Abstand zur Strahlachse von 30 mm und werden durch einen Kreisbogen beschrieben, wobei in der Mitte eine Apertur von 19 mm entsteht. Die Abschirmröhre hinter dem Choppersystem, die den nicht-abgelenkten Strahl vor dem Magnetfeld des Septummagneten abschirmen soll, hat eine Höhe von 17,5 mm über eine Länge von 301 mm.

In Abbildung 3.3 ist die Position des Strahlenvelloppeteilchens, das in *Lintra* als das Teilchen mit dem größten positiven y -Wert definiert ist, gegen die z -Position aufgetragen. Farblich markiert sind verschiedene Bereiche, in denen sich elektrische beziehungsweise magnetische Felder befinden: Solenoide sind grün, der Chopper rot und der Septummagnet blau unterlegt. Am Ende der LEBT-Sektion befindet sich der RFQ, der hier gelb dargestellt ist. Der nicht-abgelenkte Strahl wurde mit einer Drift im Chopper simuliert, was einem perfekt zur Deckung gebrachtem $E \times B$ -Feld entsprechen würde. Die Ablenkung des Strahls bei ausgeschaltetem E -Feld wurde innerhalb des Choppers mit einem Kreisbahnansatz mit einem Radius von 83,4 cm genähert. Das Magnetfeld, das für die Ablenkung durch die Lorentzkraft als homogen angenommen wurde, hat dabei einen Wert von $B = 60$ mT. Man erkennt in dieser Abbildung, dass alle vier Solenoide einen Füllgrad von über 50 % besitzen. Wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, ergeben sich bei die-

sen Füllgraden Aberrationen in der Phasenraumverteilung durch nichtlineare Feldanteile, was zu einer Erhöhung der effektiven beziehungsweise der rms-Strahlemittanz führt. Eine Untersuchung der Abbildungseigenschaften der Solenoide ist daher sinnvoll, um eine Aussage darüber machen zu können, wie viel Strahlstrom in die Akzeptanz des Choppers beziehungsweise des RFQ eingepasst werden kann. Dazu ist ein Vergleich von numerischen Simulationen mit Messungen sinnvoll, um die Verlässlichkeit der Ergebnisse aus den Simulationen bewerten zu können. Die analytische, numerische und experimentelle Betrachtung der Fokussier- und Abbildungseigenschaften des ersten Solenoides der FRANZ-LEBT-Sektion ist Inhalt dieser Arbeit.

4. Aufbau des Experiments

Für die in dieser Arbeit beschriebenen Messungen wurden zwei verschiedene Aufbauten, welche in Abbildung 4.6 und 4.8 zu sehen sind, verwendet:

- In Aufbau I wurde eine Testquelle, ebenfalls vom Volumentyp, mit einem Triodenextraktionssystem, direkt an eine Schlitz-Gitter-Emittanzmessanlage zur Aufzeichnung der Emittanz im x - x' -Phasenraum montiert.
- In Aufbau II wurde das erste Solenoid von FRANZ an die Volumenquelle montiert und die Messanlage dahinter angebracht.

4.1. Volumenquelle

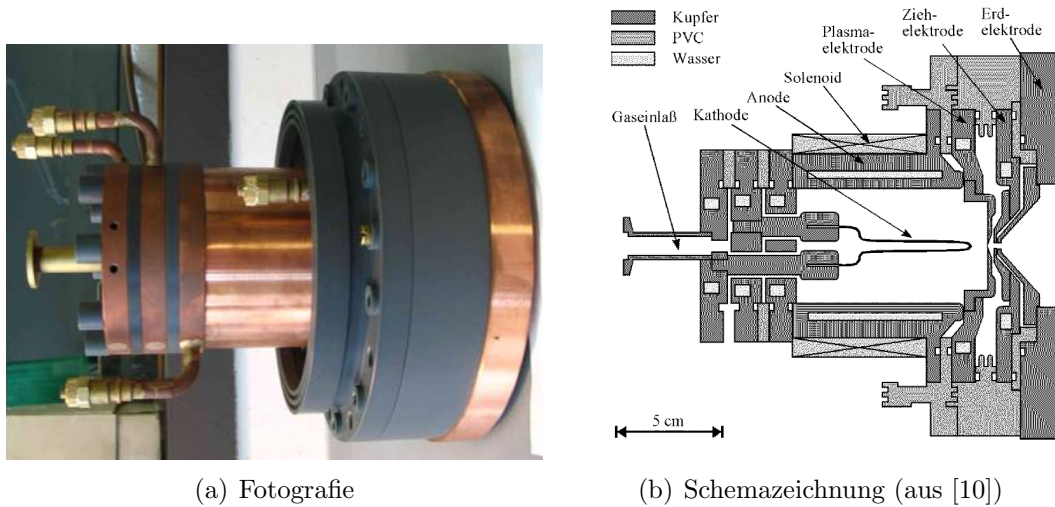


Abbildung 4.1.: Im Experiment verwendete Ionenquelle.

Für den Versuchsaufbau wurde eine Ionenquelle vom Volumentyp mit einem Triodenextraktionssystem genutzt (siehe Abbildung 4.1). Um Elektronen aus dem Versuchsaufbau daran zu hindern, in die Quelle hineinzufließen, wurde an die Screeningelektrode ein Potential in Höhe von -10 % des Extraktionspotentials angelegt.

Bei Wasserstoff, der beim Strahlbetrieb von FRANZ als Arbeitsgas in die Quelle eingelassen wird, werden bei den in der Quelle vorherrschenden Plasmatemperaturen drei Fraktionen extrahiert, nämlich H^+ , H_2^+ und H_3^+ . Für unseren Versuch erzeugen

die beiden letzten Fraktionen jedoch Effekte, die vorerst ausgeschlossen werden sollen, weswegen Helium als Arbeitsgas benutzt wird. Bei Helium entsteht bei niedrigen Plasmatemperaturen nur eine Fraktion, He^+ . Die Parameter für einen Heliumstrahl, wie er in dieser Arbeit verwendet wurde, sind in Abschnitt 4.4 aufgelistet.

4.2. Solenoid Typ II

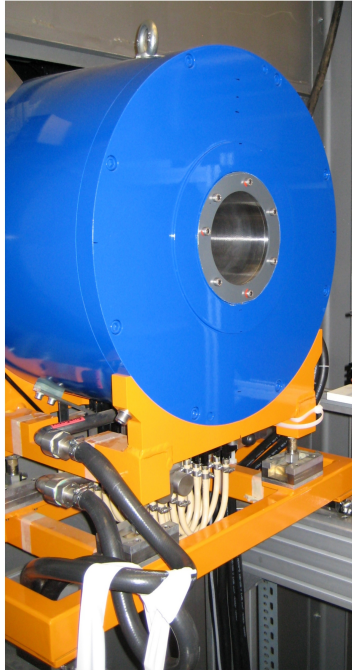


Abbildung 4.2.: Im Experiment verwendetes Solenoid Typ II.

In der LEBT-Sektion von FRANZ befinden sich zwei verschiedene Arten von Solenoiden. Die drei Solenoide Typ I haben eine Apertur von 100 mm und sind 251 mm lang, ihre gemessene maximale magnetische Flussdichte auf der Strahlachse liegt bei 786 mT für 400 A Solenoidstrom. Das Solenoid Typ II hat eine Apertur von 150 mm bei einer Länge von 408 mm. Seine gemessene magnetische Flussdichte auf der Achse beträgt 657 mT. Die größere Apertur für dieses Solenoid wurde gewählt, da der Teilchenstrahl divergent aus der Quelle extrahiert wird und kein fokussierendes Element mehr vor dem Solenoid steht, sodass ein relativ großer Strahlradius am Eingang des Solenoides erwartet wird. Um das Verhältnis von Radius zu Länge, das ein Maß für die Homogenität des Feldes im Solenoid darstellt, ungefähr zu erhalten, wurde das Solenoid auch in longitudinaler Richtung verlängert.

Wie in Abschnitt 2.3 erwähnt, gilt für ein Solenoid, das zur transversalen Strahlfokussierung eines Ionenstrahls verwendet wird, dass Teilchen auf der Strahlachse des

Solenoides nicht von diesem abgelenkt werden. Teilchen, die nicht auf der Symmetrieachse liegen, bekommen vom Randfeld des Solenoides einen transversalen Impuls, der durch das longitudinale Magnetfeld im Inneren zu einer Spiralbewegung in Richtung der Achse führt [11, S. 144]. Die Lorentzkraft zwingt den Strahl auf eine transversale Kreisbewegung mit einem Radius, der dem halben Abstand von der geometrischen Achse entspricht [9] (siehe Abbildung 4.4). Am Ausgang des Solenoides bewirkt das dortige Randfeld einen transversalen Impuls, der die Rotationsbewegung durch den eingangsseitigen Impuls gerade aufhebt.

Das erste Solenoid im Strahlgang ist das Solenoid Typ II (Abbildung 4.2). Dieses Solenoid besitzt zur Quelle hin eine Mimik, welche die xy -Position der Ionenquelle und deren Winkel zur Strahlachse variieren kann. Um die Fokussierwirkung dieses Solenoides zu veranschaulichen, ist in Abbildung 4.3 ein Bild aus dem *CST Particle Studio* gezeigt. Die Simulation wurde mit einem Solenoidstrom von 200 A und einem Protonenstrahl mit 120 keV kinetischer Energie durchgeführt. Die unterschiedlichen Farben der Teilchentrajektorien dienen der Anschaulichkeit und um einzelne Teilchen besser verfolgen zu können. Sowohl die Rotation als auch die Fokussierung des Strahls ist erkennbar.

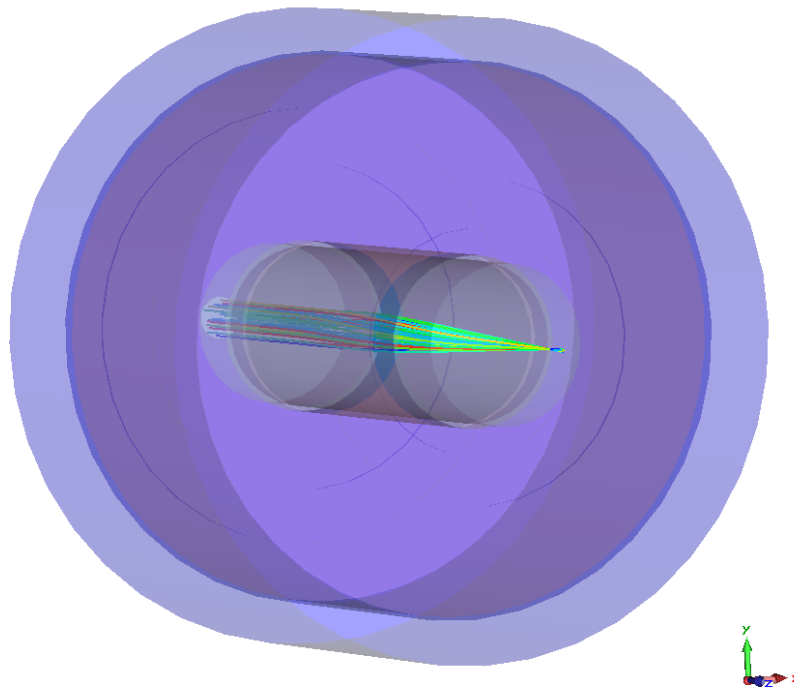


Abbildung 4.3.: Fokussierung eines 120 keV Protonenstrahls mit einem Solenoid Typ II. Die Simulation wurde mit *CST Particle Studio* durchgeführt.

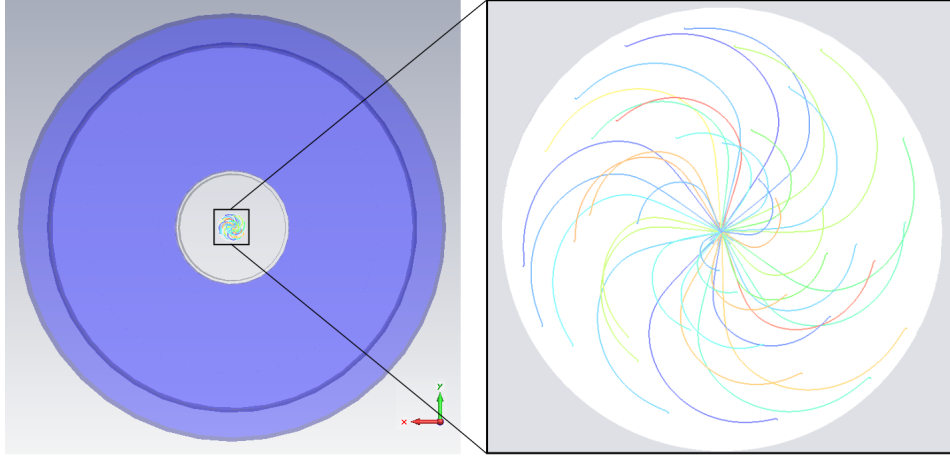


Abbildung 4.4.: Fokussierung eines 120 keV Protonenstrahls durch ein Solenoid Typ II mit *CST Particle Studio* mit Blick in Strahlrichtung. Die Farben der Teilchentrajektorien dienen der besseren Anschaulichkeit.

4.3. Schlitz-Gitter-Emittanzmessanlage

Eine Schlitz-Gitter-Emittanzmessanlage besteht aus einem Schlitz und einem Gitter, die in definiertem Abstand a voneinander, in der x -Ebene, in den Strahl gefahren werden. Der Schlitz blendet den Strahl an einer bestimmten x -Position bis auf eine Höhe gleich der Schlitzhöhe h aus. Während des Driftens zwischen Schlitz und Gitter weitet sich der Strahlausschnitt durch die transversalen Impulse auf. Bei dem Gitter handelt es sich um zum Schlitz parallele Messdrähte mit der Dicke d , die jeweils den auftreffenden Strom messen. Durch Bewegung des Gitters bei ruhendem Schlitz kann die Winkelauflösung gesteigert werden. Aus der Driftlänge und dem Ablenkwinkel lässt sich direkt auf die Verteilung der transversalen Impulse zurückschließen.

Um auch die y - y' -Verteilung messen zu können, benötigt man ein zweites Paar von Schlitz und Gitter, das man senkrecht zum ersten in den Strahlgang fährt.

Die Schlitz-Gitter-Messung ist eine invasive Methode, die den Strahl zerstört und für eine hohe Genauigkeit viel Zeit in Anspruch nehmen kann. Dafür ist es möglich den gesamten transversalen Phasenunterraum aufzunehmen. Die Genauigkeit ist dann nur durch die Breite des Schlitzes, die Dicke der Gitterdrähte und den Abstand zwischen Schlitz und Gitter beschränkt.

Die Parameter der in dieser Arbeit verwendeten Schlitz-Gitter-Messanlage sind in Tabelle 4.1 festgehalten. Die Messzeit steigt linear mit dem Messbereich und der Schrittweite des Gitters und ebenfalls linear mit der Anzahl der Gitter-Zwischenschritte. Bei maximaler Auflösung und bei uneingeschränktem Messbereich beträgt die Messzeit ungefähr 50 Minuten.

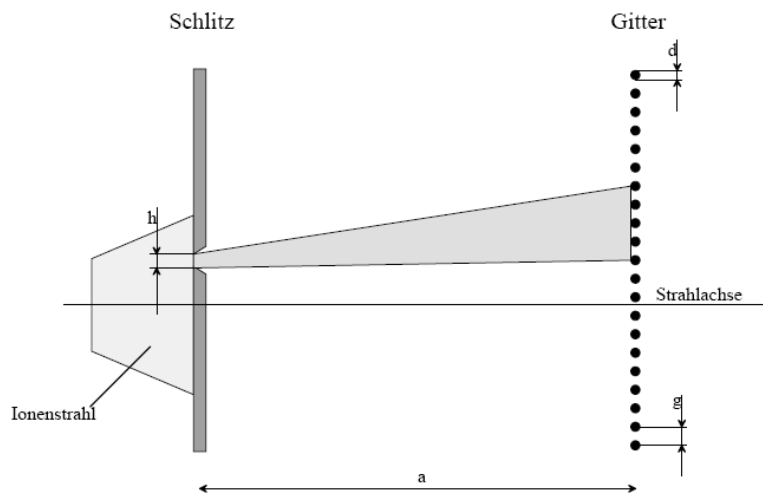


Abbildung 4.5.: Aufbau einer Schlitz-Gitter-Emittanzmessanlage (aus [24]).

Gesamthöhe Schlitzblende	60 mm
Hub des Schlitzes	± 40 mm
Schlitzhöhe h	0,1 mm
Schlitzbreite	60 mm
Abstand zwischen Schlitz und Gitter a	246 mm
Gesamthöhe Gitter	60 mm
Messbare Winkel	± 120 mrad
Auflösevermögen Gitter	0,41 mrad
Drahtbreite d	0,1 mm
Drahtabstand g	1 mm
Anzahl Drähte	60
Zeit einer einzelnen Messung	$\approx 0,75$ s

Tabelle 4.1.: Parameter der verwendeten Schlitz-Gitter-Emittanzmessanlage.

4.4. Strahl- und Fokussierparameter

In diesem Abschnitt sind die Parameter des in allen vorgestellten Messungen extrahierten Heliumstrahls aufgeführt.

Der in den Messungen verwendete He^+ -Strahl wurde mit einer durch den Versuchsaufbau beschränkten Beschleunigungsspannung $U_B = 10 \text{ kV}$ und einem Strahlstrom von $0,9 \text{ mA}$ aus der Volumenquelle extrahiert. Damit ergibt sich eine Strahlleistung von:

$$P = U_B \cdot I = 9 \text{ W}.$$

Aus der kinetischen Energie des Strahls $E_{\text{kin}} = U_B \cdot e$ und der Masse eines Heliumions $m_{\text{He}} = 6,646 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ lässt sich die nicht-relativistische Ionengeschwindigkeit berechnen:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{m}} = \sqrt{\frac{3,204 \cdot 10^{-15} \text{ J}}{6,646 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 6,943 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,232 \% \cdot c.$$

Der Fehler bei der Annahme der nicht-relativistischen Näherung ist bei diesem Ergebnis zu vernachlässigen.

Bei Verwendung der nicht-relativistischen Näherung beträgt der Normierungsfaktor für die Emittanz:

$$\beta \cdot \gamma = \beta \cdot \frac{1}{(1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}}} \approx \beta \cdot 1 = 0,00232.$$

Der Ionenimpuls p bestimmt sich aus dem Produkt von Geschwindigkeit v und Masse m eines einzelnen Ions:

$$p = m \cdot v = 4,612 \cdot 10^{-21} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}.$$

Das Strahlpotential (siehe Gleichung 2.5 und 2.6) beträgt

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{Achse}} &= \frac{I}{2\pi\epsilon_0 v} \left(\ln \left(\frac{r_{\text{rohr}}}{R} \right) + \frac{1}{2} \right) = 39,7 \text{ V}, \\ \Phi_{\text{Rand}} &= \frac{I}{2\pi\epsilon_0 v} \ln \left(\frac{r_{\text{rohr}}}{R} \right) = 23,3 \text{ V}, \end{aligned}$$

bei einem angenommenen Strahlradius von $R = 10 \text{ mm}$ und $r_{\text{rohr}} = 50 \text{ mm}$ ohne Kompensationselektronen.

Die generalisierte Perveanz (siehe Gleichung 2.7) ergibt sich zu:

$$K = \frac{\Delta U}{U} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{m_i}{2q_i}} \frac{I}{U^{\frac{3}{2}}} = 1,17 \cdot 10^{-3}.$$

Im Vergleich dazu wird der Protonenstrahl von FRANZ eine generalisierte Perveanz von $K = 2,34 \cdot 10^{-3}$ besitzen, mit $I = 150 \text{ mA}$ und $U = 120 \text{ kV}$. Das bedeutet, dass sich die Raumladungskräfte in der gleichen Größenordnung befinden wie die des

FRANZ-Protonenstrahls. Eine Berechnung, welche Heliumstrahlenergie und welcher Heliumstrahlstrom einen äquivalenten Impuls und eine äquivalente Perveanz zum FRANZ-Protonenstrahl ergeben, befindet sich in Anhang I.

Wird der Strahl nun mit seinem Impuls $p = 4,612 \cdot 10^{-21} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$ durch das Solenoid Typ II transportiert, ergibt sich, nach Gleichung 2.3, bei einem Solenoidstrom von 200 A eine Brennweite von $f = \frac{1}{k \sin(kL)} = 18 \text{ cm}$.

Wie in Abschnitt 2.3 gezeigt, bedarf es einer relativ komplexen Transformationsmatrix für das Solenoid mit $\begin{pmatrix} \cos(ks) & \frac{\sin(ks)}{k} \\ -k \sin(ks) & \cos(ks) \end{pmatrix}$. Einfacher wäre es, das Solenoid

als dünne Linse zu behandeln, für die sich die Transformationsmatrix zu $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k \sin(ks) & 1 \end{pmatrix}$ vereinfachen würde. Die Annahme besteht hier also darin, dass sich die Teilchenpositionen innerhalb des Solenoides nicht ändern und die Änderung des Winkels nur von der Eintrittsposition abhängt. Um die Fehler durch diese vereinfachte Annahme gering zu halten, müsste $\frac{\sin(ks)}{k} \approx 0$ und $\cos(ks) \approx 1$ sein. Bei einem Solenoidstrom von 150 A erhält man für $k = 4,39 \frac{1}{\text{m}}$. Damit ergibt sich für $\frac{\sin(ks)}{k} = -0,23$ und für $\cos(ks) = 0,15$. Durch die Abweichung dieser Werte von 0 beziehungsweise 1 ist die Näherung des Solenoides als dünne Linse hier nicht möglich.

Nimmt man für den Strahl eine Impulsverschmierung von $\pm 0,5\%$ an (das entspricht bei der oben genannten Beschleunigungsspannung $U_B = 10 \text{ kV}$ einer Energieverschmierung von ungefähr $\pm 100 \text{ eV}$), erhält man eine Verschmierung der Solenoidbrennweite von:

$$\begin{aligned} \Delta f &= 2 \frac{\sin(kL) + kL \cos(kL)}{k' \sin^2(kL)} \Delta p \\ &= 6,78 \cdot 10^{-2} \text{ cm} . \end{aligned}$$

Diese Brennweitenverschmierung erhöht die effektive beziehungsweise die rms-Emittanz des Strahls (siehe Abschnitt 2.2).

4.5. Ausgangsverteilung für analytische Rechnungen und Simulation

Um eine Quellenverteilung für die Simulationen zu erhalten, wurde die Emittanzmessanlage direkt hinter die Quelle montiert (siehe Abbildung 4.6). Die x - x' -Phasenraumverteilung wurde 143 mm hinter der Erdelektrode der Volumenquelle aufgenommen und danach über Zeitumkehr [6] bis zur Erdelektrode zurücksimuliert. Dazu wurde das Strahltransportprogramm *Lintra* verwendet. Die gemessene Verteilung und die durch die Simulation erhaltene Quellenverteilung sind in Abbildung 4.7 zu sehen. Eine Auflistung der Parameter nach den beiden Auswertprogrammen *Emiscan* und *Deepblue* findet sich in Tabelle 4.2.

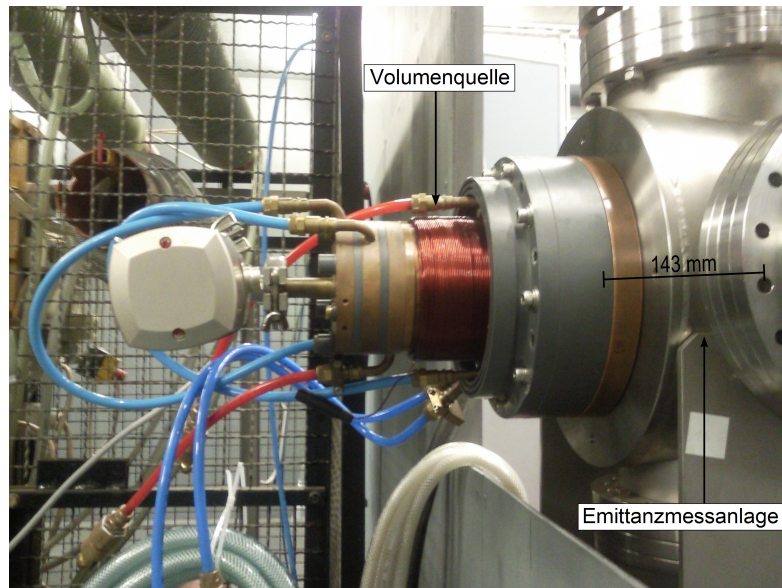


Abbildung 4.6.: Versuchsaufbau I (Aufnahme aus dem Terminal): Die Emittanzmessanlage ist hinter die Quelle montiert.

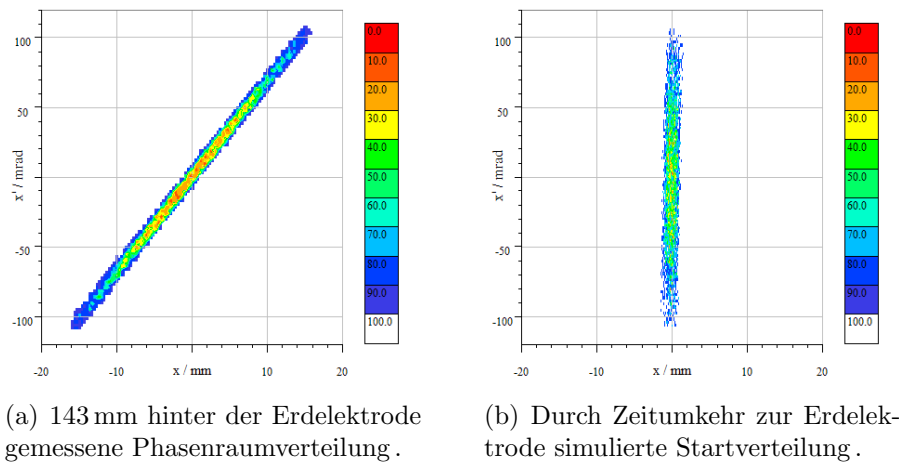


Abbildung 4.7.: Quellenverteilung I: Die Emittanzmessanlage ist hinter die Quelle montiert.

Position	$z=143\text{ mm}$	$z=0\text{ mm}$
V_x	2,252	2,376
$\varepsilon_{x,100\%,\text{rms,norm.}} [\text{mm} \cdot \text{mrad}]$	0,0584	0,0582
$\varepsilon_{x,100\%,\text{effektiv,unnorm.}} [\text{mm} \cdot \text{mrad}]$	106	103
$\varepsilon_{x,90\%,\text{effektiv,unnorm.}} [\text{mm} \cdot \text{mrad}]$	82	80
$\varepsilon_{x,80\%,\text{effektiv,unnorm.}} [\text{mm} \cdot \text{mrad}]$	65	64
$r_{\min} [\text{mm}]$	-16,21	-1,53
$r_{\max} [\text{mm}]$	16,26	1,60
$r'_{\min} [\text{mrad}]$	-110,92	-108,91
$r'_{\max} [\text{mrad}]$	109,70	107,44

Tabelle 4.2.: Parameter der Phasenraumverteilungen aus Versuchsaufbau I.

Numerische Simulationen zeigen, dass durch das Solenoid an der Position der Erdelektrode ein longitudinales Feld von $B_z = 0,7\text{ mT}$ auf der Achse und ein transversales Feld von ungefähr $B_r = 0,18\text{ mT}$ bei 10 mm Radius entsteht. Dabei wurde mit einem Solenoidstrom von 400 A gerechnet. Da das Solenoid der Quelle selbst ein Feld von ungefähr 7 mT aufbaut [13, S. 48], findet eine Überlagerung der beiden Felder statt, die man beim Anschalten des Solenoides auch direkt in Form einer Strahlstromerhöhung erkennen kann. Um zu sehen, wie groß der Einfluss dieses externen Feldes auf die Quelle ist, wurde eine weitere Phasenraumverteilung nach dem Transport durch das Solenoid bei 150,5 A Solenoidstrom aufgenommen und ebenfalls mit *Lintra* über Zeitumkehr zurückgerechnet. Der Aufbau für die Aufnahme dieser Quellenverteilung ist in Abbildung 4.8 im Original und in Abbildung 4.9 als Schema gezeigt. Bei diesem Messaufbau

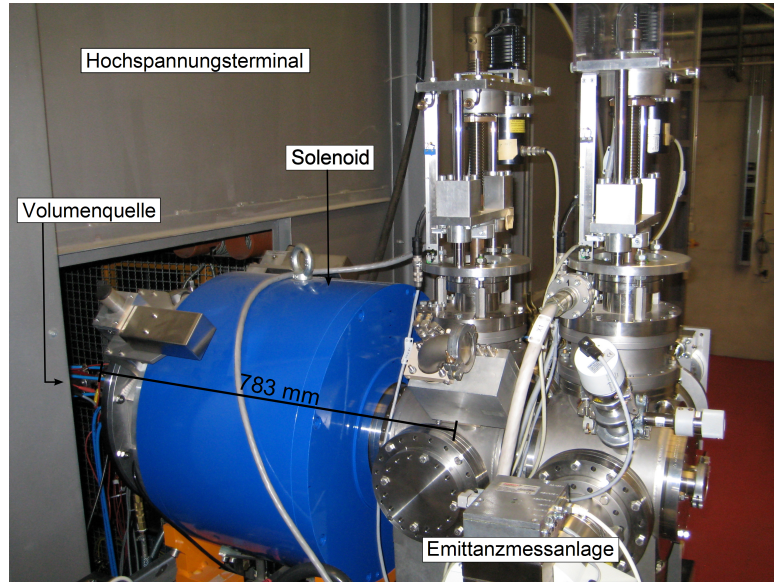


Abbildung 4.8.: Versuchsaufbau II (Aufnahme von außen): Die Emittanzmessanlage ist hinter das erste Solenoid der LEBT-Sektion von FRANZ montiert.

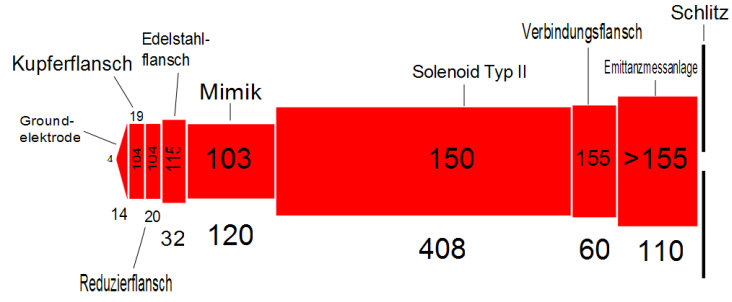


Abbildung 4.9.: Schemazeichnung des zweiten Versuchsaufbaus mit Aperturdurchmesserangaben in den Bauteilen und Längenangaben darunter.

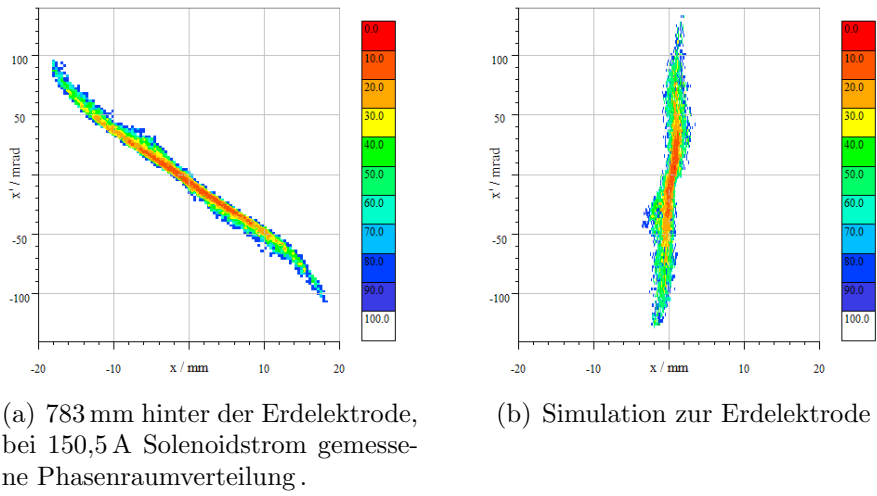


Abbildung 4.10.: Quellenverteilung II: Mit dem Solenoid im Strahlengang, bei einem Solenoidstrom von 150,5 A gemessen.

Position	$z=783 \text{ mm}$ (bei 150,5 A Solenoidstrom)	$z=0 \text{ mm}$
V_x	2,402	3,179
$\varepsilon_{x,100\%,\text{rms,norm.}} [\text{mm} \cdot \text{mrad}]$	0,0748	0,0772
$\varepsilon_{x,100\%,\text{effektiv,unnorm.}} [\text{mm} \cdot \text{mrad}]$	109	136
$\varepsilon_{x,90\%,\text{effektiv,unnorm.}} [\text{mm} \cdot \text{mrad}]$	84	125
$\varepsilon_{x,80\%,\text{effektiv,unnorm.}} [\text{mm} \cdot \text{mrad}]$	66	112
$r_{\min} [\text{mm}]$	-18,33	-3,59
$r_{\max} [\text{mm}]$	18,74	3,69
$r'_{\min} [\text{mrad}]$	-109,13	-128,53
$r'_{\max} [\text{mrad}]$	101,70	134,90

Tabelle 4.3.: Parameter der Phasenraumverteilungen aus Versuchsaufbau II.

werden Aufnahmen bei geringen Solenoidströmen nur unvollständig gemessen, da der Strahl durch die geringe Fokussierung einen Radius besitzt, der größer als der Messbereich der Emittanzmessanlage ist. Deswegen wurde die Verteilung bei einem Solenoidstrom von 150,5 A aufgenommen. Sowohl die gemessene, als auch die zurückgerechnete Verteilung sind in Abbildung 4.10 gezeigt. Einige Parameter von der gemessenen Verteilung und der zurückgerechneten Quellenverteilung befindet sich in Tabelle 4.3.

Während des Umbaus und der Konditionierungsphase musste das Filament der Ionenquelle mehrfach ausgetauscht werden. Zusätzlich wirkt sich, wie oben erwähnt, das Magnetfeld des Solenoides auf die Quelle aus. Dadurch verändert sich die Startverteilung zwischen dem ersten und dem zweiten Aufbau. So ist der Strahlradius von 1,57 mm auf 3,64 mm gestiegen und der Divergenzwinkel von 108 auf 132 mrad. Die Emittanz ist um einen Faktor 1,33 größer geworden.

5. Untersuchung der Abbildungseigenschaften eines Solenoides

Das erste strahlführende Element der Frankfurter Neutronenquelle FRANZ ist das in Abschnitt 4.2 beschriebene Solenoid, das direkt hinter der Volumenquelle angebracht ist.

Um die Fokussier- und Abbildungseigenschaften des Solenoides zu untersuchen, wurden Phasenraumverteilungen hinter dem Solenoid für verschiedene Solenoidstromstärken analytisch und numerisch bestimmt. Der Ablauf dazu ist, exemplarisch für die gemessene Verteilung aus Aufbau II, in Abbildung 5.1 zu sehen. Die in Kapitel 4.5 vorgestellte, bei $z = 783\text{ mm}$ gemessene Verteilung wird wie beschrieben zurückgerechnet, jedoch nur bis zum Ende des Kupferflanschs, das sich 33 mm hinter der Erdelektrode befindet (rote Enveloppe). Die dort erhaltene Phasenraumverteilung dient als Startverteilung für alle Rechnungen und Simulationen. Sie wird dann analytisch über die Twissparametertransformation oder numerisch mit *Lintra* für verschiedene Solenoidstromstärken zur Phasenraumverteilungen am Messort transformiert beziehungsweise simuliert (schwarze Enveloppen). Die am Messpunkt erhaltenen Phasenraumverteilungen werden dann auf Phasenraumellipsenlage, Emittanz und Wölbung untersucht.

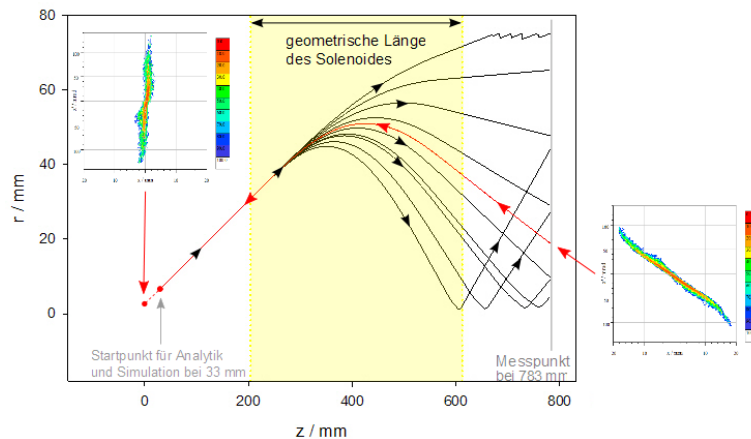


Abbildung 5.1.: Rechts ist die gemessene Verteilung aus Aufbau II zu sehen, die auf der roten Enveloppe zu der Ausgangsverteilung am Kupferflansch zurückgerechnet wurde. Von dort aus wurde für verschiedene Solenoidfeldstärken der Strahltransport simuliert (schwarze Enveloppen).

Für die analytischen Rechnungen und Simulationen bis einschließlich Abschnitt 5.4 wird ausschließlich die Verteilung von Versuchsaufbau II benutzt, da diese näher an den Versuchsbedingungen für die durch das Solenoid fokussierten Strahlen liegt.

5.1. Analytische Rechnung zur Fokussierung des Heliumstrahls

Die analytische Auswertung des Versuchsaufbaus wird mit der in Theorieabschnitt 2.3 vorgestellten Twissparametertransformation durchgeführt. Dabei werden ausschließlich die Auswirkungen des magnetischen Feldes und weder Raumladung, noch emittanzvergrößernde Effekte betrachtet.

Um zu den Parametern für das in den analytischen Rechnungen verwendete Solenoidfeld zu kommen, wird ein realistisches Feld durch numerische Feld-Simulationen mit dem Programm *EM Studio (EMS)* der Firma *Computer Simulation Technology (CST)* [7] berechnet [29, S. 28ff.]. Daraus wird ein Kastenfeld generiert, das eine magnetische Flussdichte gleich der maximalen magnetischen Flussdichte $B_{0,\max}$ auf der Achse des realistischen Feldes besitzt. Die effektive Länge s des Kastenfeldes erhält man, indem die Integrale über B_z bei Kastenfeld und numerisch ermitteltem, realistischem Feld gleichgesetzt werden. Es gilt $s = \frac{1}{B_{0,\max}} \int_{r=0} B_z dz$.

Nach der Bestimmung dieser beiden Parameter bleibt die Position des Kastenfeldes variabel. Deswegen wurde der Einfluss der Positionierung des Kastenfeldes untersucht. Um eine Abschätzung der Fokussierstärke mit einer global möglichst kleinen Abweichung zu den Ergebnissen aus dem Experiment zu erhalten, wurde der Beginn des Kastenfeldes an den geometrischen Eingang des Solenoides gelegt, da bei dieser Wahl die Parameter bei Eintritt in das Feld (bei Vernachlässigung des Randfeldes) für Kastenfeld und rea-

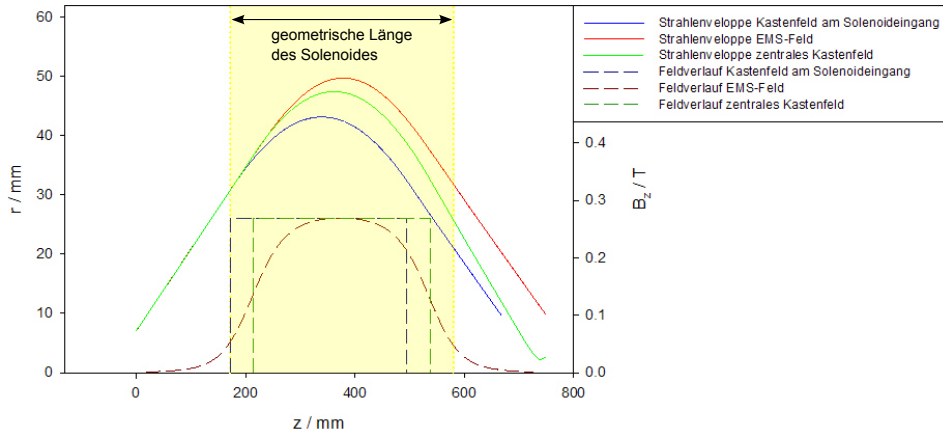


Abbildung 5.2.: Enveloppen und Feldverlauf für zwei unterschiedliche Kastenfeldpositionen und das EMS-Feld, bei 160 A Solenoidstrom.

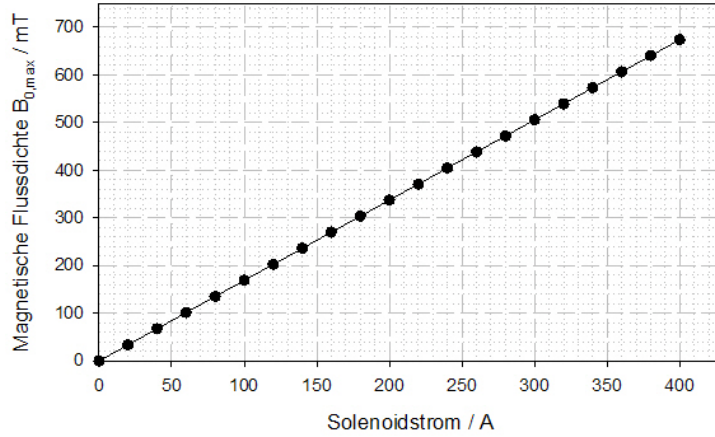


Abbildung 5.3.: Numerisch ermittelter Zusammenhang zwischen maximaler magnetischer Flussdichte auf der Achse und Solenoidstrom für ein Solenoid Typ II.

listisches Feld identisch sind. Die Drift im Anschluss an das Kastenfeld wurde verkürzt, sodass sie bei realistischem Feld (ebenfalls bei Vernachlässigung des Randfeldes) und Kastenfeld gleich groß ist. Würde man das Kastenfeld in die geometrische Mitte des Solenoides setzen und die Driftlängen nicht anpassen, erhielte man einen größeren Eintrittsradius in das Kastenfeld und damit einen höheren Füllgrad sowie eine stärkere Fokussierung (siehe Abbildung 5.2).

Um die transformierten Twissparameter für Versuchsaufbau II zu erhalten, nutzt man die zurückgerechnete Phasenraumverteilung und führt nun zuerst eine Twissparametertransformation für eine 172 mm lange Drift, dann eine Transformation für ein $s = 323$ mm langes Solenoidfeld und danach noch einmal eine Transformation für eine 170 mm lange Drift aus. Die magnetische Flussdichte des Solenoidfeldes beträgt $B_{0,max} = 674$ mT bei 400 A Solenoidstrom und skaliert linear mit dem Strom, da nach *CST*-Simulationen bis 400 A Solenoidstrom keine Sättigungseffekte des Eisens auftreten, wie man in Abbildung 5.3 erkennen kann.

Die Twissparameter für ausgewählte Solenoidströme sind in Tabelle 5.1 aufgelistet und in Abbildung 5.4 sind die zugehörigen Emittanzellipsen aufgetragen. Anders als bei einer Drift kann bei einem Solenoid nicht von einer Scherung der Emittanzellipse gesprochen werden, da hier keine dünne Linse-Näherung verwendet werden darf (siehe Abschnitt 4.4). Das bedeutet, dass sich nicht nur die Winkel x' , sondern auch die Position x der einzelnen Teilchen innerhalb des Solenoides ändern kann. Damit ergibt sich eine Drehung der Phasenraumellipse zusammen mit einer Stauchung beziehungsweise Streckung. So erkennt man in Abbildung 5.4 bei niedrigen Stromstärken einen divergenten Strahl, der sich dann über die Parallelstellung bei ungefähr 100 A zu einem konvergenten Strahl hin entwickelt. Wird die Stromstärke des Solenoides nun weiter erhöht, wandert der Fokus und erreicht den Messpunkt bei ungefähr 170 A. Nach dem Fokus entwickelt

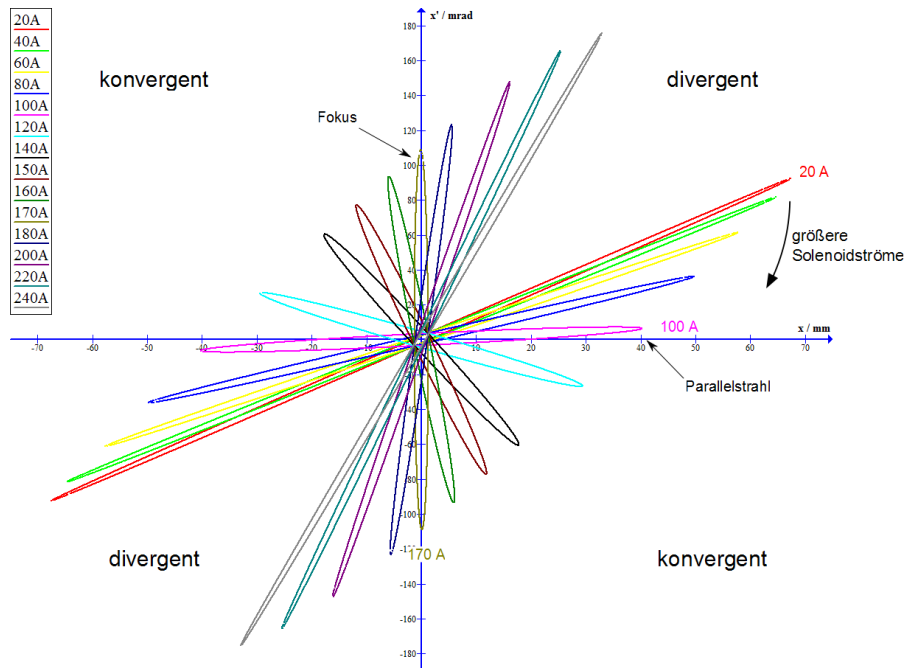


Abbildung 5.4.: Durch die analytischen Rechnungen ermittelte Emittanzellipsen am Ende des Versuchsaufbaus für verschiedene Solenoidstromstärken.

Solenoidstrom	α	β	γ	ϵ
[A]		[mm/mrad]	[mrad/mm]	[mm · mrad]
20	-45,537	33,257	62,380	136,88
40	-37,500	29,717	47,355	136,88
60	-25,928	24,414	27,577	136,88
80	-13,178	18,140	9,629	136,88
100	-1,864	11,807	0,379	136,88
120	5,667	6,296	5,259	136,88
140	7,806	2,312	26,788	136,88
150	6,642	1,036	43,552	136,88
160	4,027	0,270	63,685	136,88
170	0,085	0,012	86,421	136,88
180	-4,991	0,234	110,800	136,88
200	-17,470	1,914	159,938	136,88
220	-30,874	4,737	201,431	136,88
240	-42,405	7,954	226,207	136,88
Eingangswerte	-3,219	0,167	67,956	136,88

Tabelle 5.1.: Twissparameter zu den in Abbildung 5.4 gezeigten Emittanzellipsen.

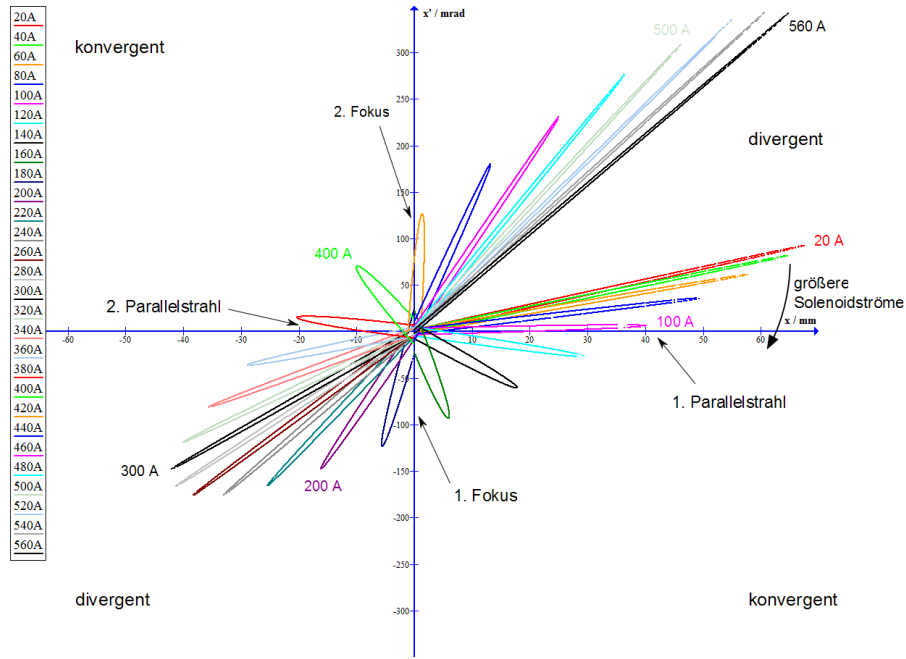


Abbildung 5.5.: Analytisch ermittelte Emittanzellipsen. Für eine bessere Übersichtlichkeit ist jeweils nur die Hälfte der Emittanzellipse dargestellt.

sich der Strahl weiter zu einem überfokussierten Strahl, der divergent auseinanderläuft. Zusätzlich kann man eine Verkürzung der großen Halbachse der Emittanzellipse und eine aus der Erhaltung der Emittanz resultierende Verlängerung der kleinen Halbachse bis zu einem Solenoidstrom von 140 A erkennen. Dieses Verhalten lässt sich bei der Betrachtung des maximalen Winkels und des Radius des Strahls erklären. Der maximale Winkel muss abnehmen, bis der Strahl durch das Solenoid parallel gestellt wird. Danach nimmt er, dem Betrag nach, wieder zu und steigt stetig mit steigendem Solenoidstrom. Der maximale Radius des Strahls sinkt dagegen bis zum Fokus. Danach verschiebt sich der Brennpunkt der Linse vor den Messpunkt und der Strahlradius am Messpunkt wächst. Bei sehr kurzen Brennweiten kommt es zur Ausbildung eines zweiten Brennpunktes. Dabei wird der Strahl, der das erste Mal durch seinen Brennpunkt gelaufen ist, vom magnetischen Feld erneut fokussiert. Betrachtet man nur die Halbellipsen für eine bessere Übersichtlichkeit und erhöht weiter den Solenoidstrom (siehe Abbildung 5.5), erkennt man diesen zweiten Fokus an den wieder kleiner werdenden Strahlradien. Führt man die analytischen Rechnungen mit größeren Solenoidströmen als den technisch möglichen 400 A durch, erkennt man außerdem eine Häufung der Ellipsen im divergenten Bereich. Das ist damit zu erklären, dass nur Austrittswinkel $\xi \in [0^\circ, 24^\circ]$, bei einem maximalen Austrittsradius von $r = 75$ mm, zwischen der optischen Achse und der Envelope einen konvergenten Strahl am Messpunkt erzeugen. Für die restlichen 156° erhält man am Messpunkt einen divergenten Strahl, was aus Abbildung 5.6 ersichtlich wird.

Um die Lage der Emittanzellipsen übersichtlicher darzustellen, besonders in Hinblick

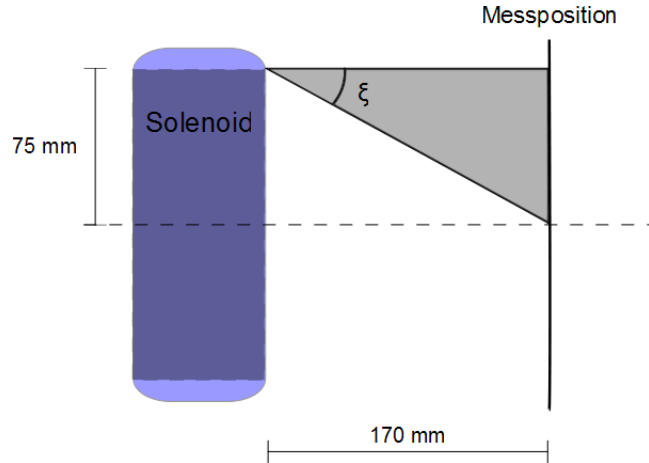


Abbildung 5.6.: Winkel ξ , unter dem der Fokus des Solenoides hinter dem Messpunkt liegt und somit ein konvergenter Strahl gemessen wird.

auf die Vergleichbarkeit mit den numerischen Simulationen und Messungen, wird nun der Winkel φ eingeführt. φ beschreibt den eingeschlossenen Winkel zwischen der x -Achse des x - x' -Phasenraumdiagramms und der großen Halbachse der Emittanzellipse, wie in Abbildung 5.7 gezeigt. Um keine durch die Darstellung bedingte Unstetigkeit im Graphen zu erzeugen, wurde dabei der Bereich $\varphi \in [-360, 90]$ genutzt, wobei der Bereich zwischen $[-360, -270]$ und $[0, 90]$ derselbe ist. Rechnerisch ergibt sich aus den rms-Twissparametern α , β und γ , wie in Abbildung 2.2 zu sehen ist, $\varphi = \frac{\arctan(\frac{2\alpha}{\gamma-\beta})}{2}$.

In Abbildung 5.8 ist für die analytischen Rechnungen dieser Winkel φ gegen die maximale magnetische Flussdichte auf der Achse des Solenoides aufgetragen. Zu erkennen sind mehrere Bereiche mit abwechselnd geringer und großer Steigung. Dabei befinden sich die Bereiche mit geringer Steigung in den Quadranten 2 und 4. Wie weiter oben bereits beschrieben, hängt das mit dem relativ kleinen Winkelbereich von $\xi \leq 24^\circ$ zusammen, in dem man am Messpunkt einen konvergenten Strahl erhält.

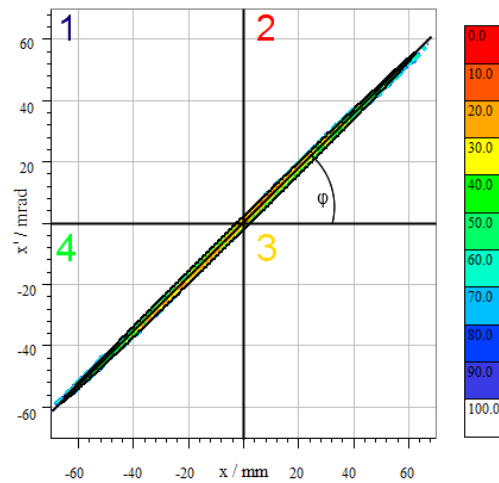


Abbildung 5.7.: Zwischen der x -Achse und der großen Halbachse der Emittanzellipse eingeschlossener Winkel φ .

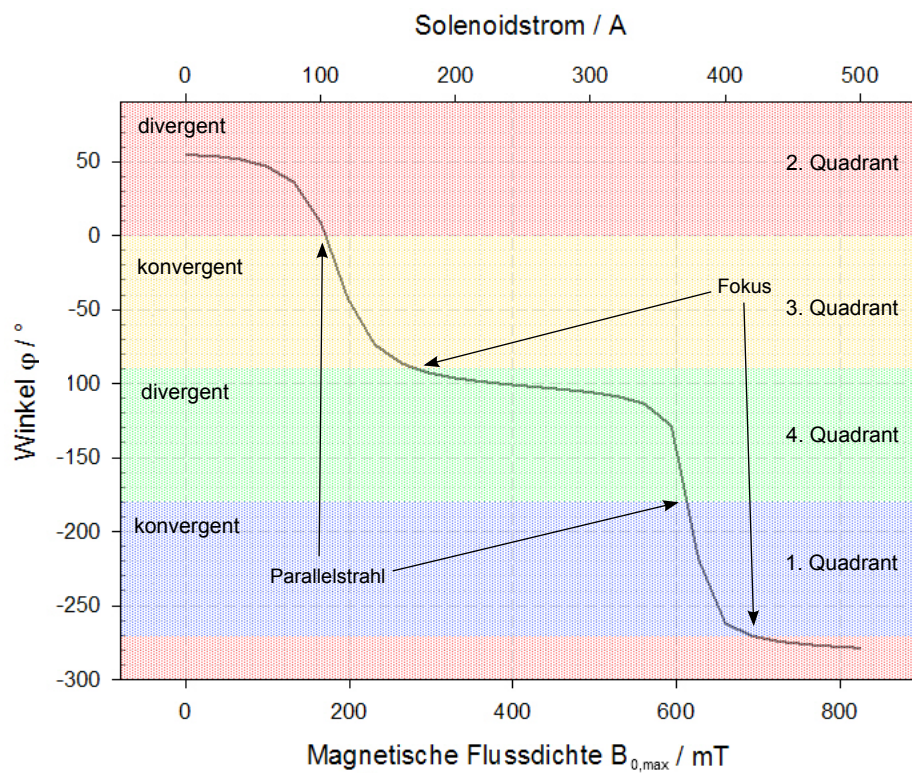


Abbildung 5.8.: Analytisches Ergebnis des Winkels φ bei Variation der magnetischen Flussdichte.

5.2. Numerische Simulationen zur Fokussierung des Heliumstrahls

In diesem Abschnitt geht es um die numerischen Strahltransportsimulationen durch den Versuchsaufbau. Dazu wurden zuerst Simulationen durchgeführt, bei denen äquivalent zu den analytischen Rechnungen ein Kastenfeld im Solenoid angenommen wurde. Danach wird von diesem Kastenfeld zu einem numerisch aus *EMS* ermitteltem Feld übergegangen.

Sämtliche Simulationen wurden mit dem Strahltransportprogramm *Lintra* durchgeführt. Das von *EMS* berechnete Feld ist mit einer Genauigkeit von 1 mm in longitudinaler und radialer Richtung ausgelesen, was für die Schrittweite der Simulation von ebenfalls 1 mm ausreichend ist. Dabei wurden Randfelder außerhalb der geometrischen Länge des Solenoides von jeweils 152 mm berücksichtigt, um möglichst keinen magnetischen Fluss abzuschneiden. Da die später vorgestellten Messungen nur bis zu einer Solenoidstromstärke von 200 A durchgeführt wurden, was einer magnetischen Flussdichte von 330 mT entspricht, wurden alle numerischen Simulationen auf diesen Strombereich beschränkt.

5.2.1. Strahltransportsimulation unter Verwendung eines Kastenfeldes als Äquivalenz zur Analytik

In der analytischen Rechnung zu dem Versuchsaufbau, an dem die Messungen durchgeführt wurden, wurde das Feld des Solenoides als ein Kastenfeld von $s = 323$ mm Länge und einer magnetischen Flussdichte von 674 mT bei 400 A Solenoidstrom angenommen. Um die Abweichung zwischen Analytik und Simulation bestimmen zu können, wurden Simulationen mit demselben Kastenfeld und mit 100 % Raumladungskompensation durchgeführt und dann der Winkel φ gegen die maximale magnetische Flussdichte auf der Solenoidachse $B_{0,\max}$ aufgetragen.

Ein Vergleich zwischen der analytischen Rechnung und der in diesem Abschnitt durchgeführten Simulation ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Man erkennt eine gute Übereinstimmung, bei einer maximalen Abweichung von $4,5^\circ$ im Winkel φ beziehungsweise 5 mT in der magnetischen Flussdichte zwischen den beiden Graphen. Diese Abweichung trotz gleichen Feldverlaufs kann darauf zurückzuführen sein, dass die Verteilung der Teilchen innerhalb der Emittanzellipse in der analytischen Rechnung nicht mit berücksichtigt sind.

5.2.2. Strahltransportsimulation unter Verwendung einer realistischen Feldverteilung

Um nun den realistischen Bedingungen des Versuchsaufbaus mit der Simulation näher zu kommen, ersetzt man das Kastenfeld durch das mit *EMS* simulierte Solenoidfeld. Dies hat eine Gesamtlänge von 712 mm (408 mm geometrische Länge + 152 mm Randfelder

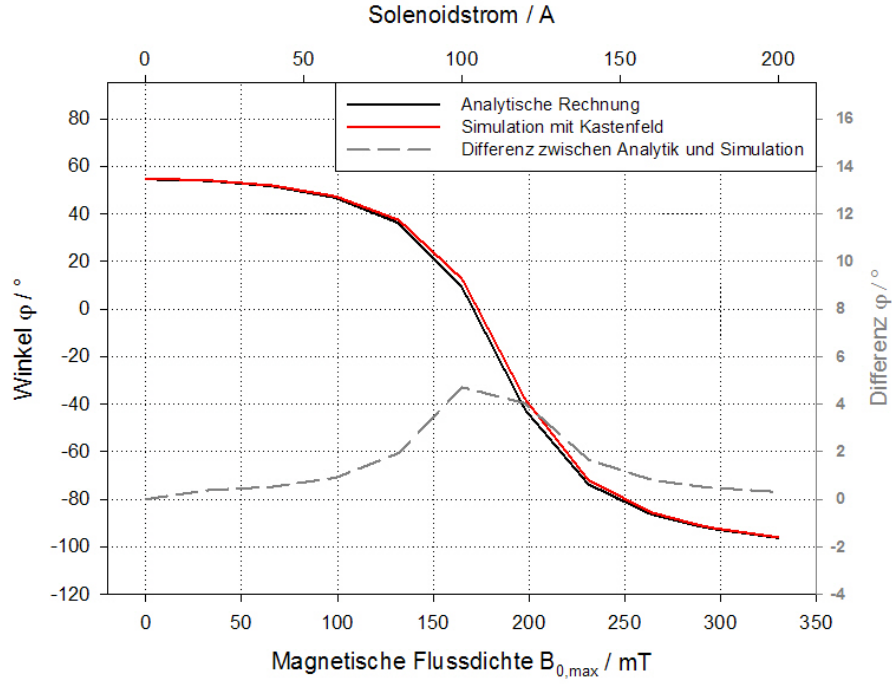


Abbildung 5.9.: Vergleich der aus der Analytik und der Simulation mit einem Kastenfeld erhaltenen Winkel φ . Die graue Linie kennzeichnet die Differenz $\varphi_{\text{simuliert}} - \varphi_{\text{analytisch}}$ zwischen den beiden Kurven (Skala rechts).

auf beiden Seiten). Für die Raumladungskompensation wurde ein Wert von 85 % angenommen [29], doch wie in Abbildung 5.10 zu sehen ist, ist die Abweichung bei $\pm 15\%$ Raumladungskompensation bei den hier gemessenen Strömen von 0,9 mA relativ gering.

Unter diesen Voraussetzungen ist in Abbildung 5.11 ein Vergleich zwischen den numerischen Rechnungen mit dem Kastenfeld und dem *EMS*-Feld dargestellt. Bei den Simulationen mit dem *EMS*-Feld sieht man für kleine magnetische Flussdichten eine geringe Abweichung zu größeren Winkeln φ , bei größeren magnetischen Flussdichten zu kleineren Winkeln. Die Abweichung bei geringer Flussdichte kann mit den unterschiedlichen Längen in den Simulationen erklärt werden, da der Strahl bei den Simulationen mit dem Kastenfeld insgesamt 85 mm weniger Strecke zurücklegt (siehe Abbildung 5.12). So entsprechen zum Beispiel die 0 A Solenoidstrom gerade einer 665 mm langen Drift bei der Simulation mit dem Kastenfeld beziehungsweise einer 750 mm langen Drift bei der Simulation mit dem realistischen Feld. Bei der kürzeren Drift erhält man kleinere Radien für den Strahl am Messpunkt, was zu einem größeren Winkel φ führt. Dieser Effekt wird bei größeren magnetischen Flussdichten vom Effekt des nicht mehr kastenförmigen Feldes überlagert.

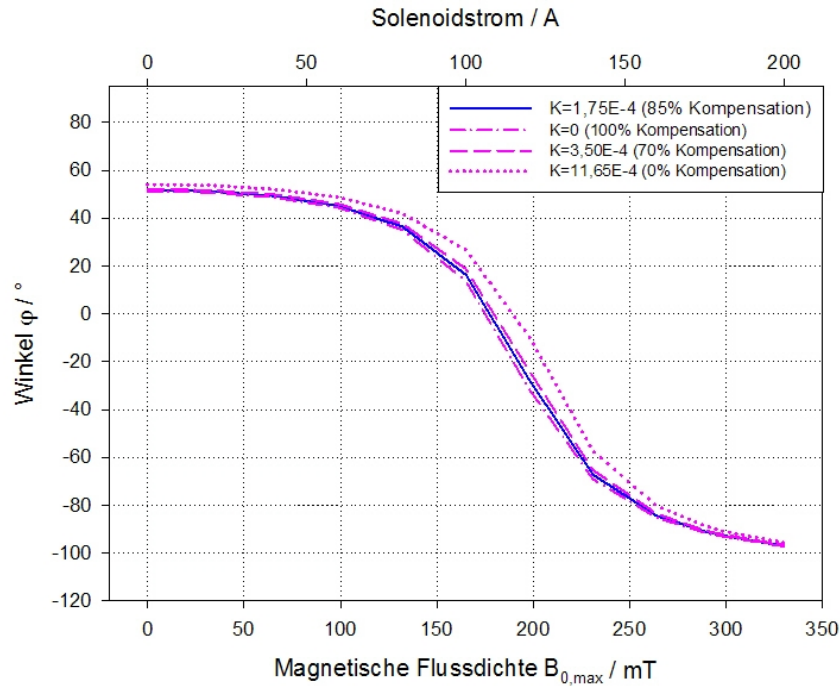


Abbildung 5.10.: Verlauf des Winkels φ bei Variation der Perveanz.

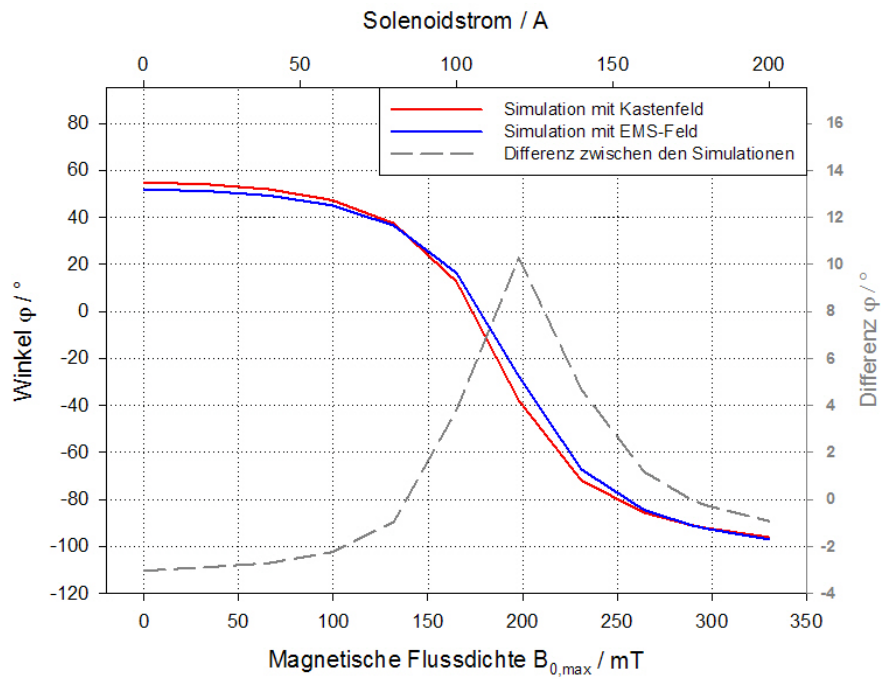


Abbildung 5.11.: Winkel φ für die Simulation unter Verwendung des Kasten- und *EMS*-Feldes. Die graue Linie kennzeichnet die Abweichung $\varphi_{\text{EMS-Feld}} - \varphi_{\text{Kastenfeld}}$ zwischen den beiden Kurven (Skala rechts).

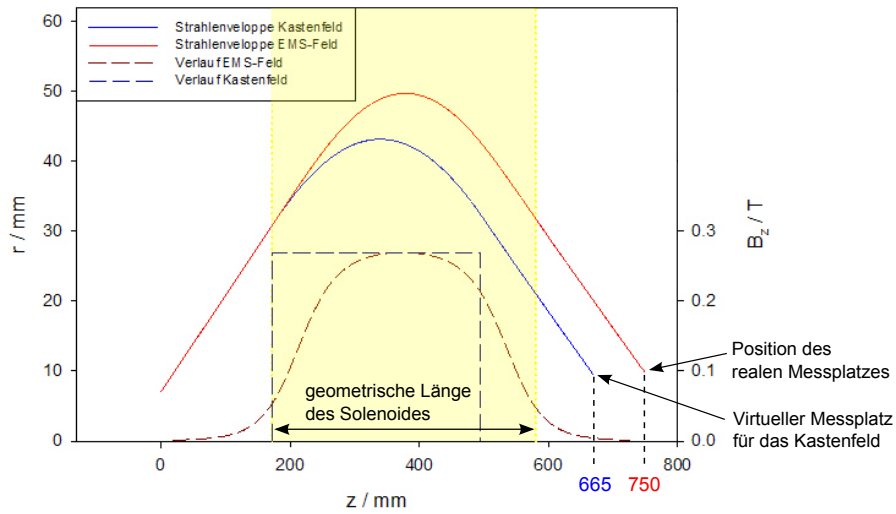


Abbildung 5.12.: Enveloppen und Feldverlauf für die beiden Felder, mit denen der Strahltransport simuliert wurde, bei 160 A Solenoidstrom.

5.3. Messung der Phasenraumellipsenlage

Es wurden zwei unabhängige Messreihen mit Messungen der Phasenraumverteilung mit der Schlitz-Gitter-Messanlage durchgeführt. Die beiden Messreihen unterscheiden sich in der gewählten Auflösung der Emittanzmessanlage, wobei die meisten Messungen aus der zweiten Messreihe mit einer höheren Auflösung aufgenommen wurden als die Messungen aus der ersten Messreihe.

Auch für die Messungen wurde der Winkel φ aus den Twissparametern errechnet und mit den Ergebnissen der Simulationen unter Verwendung des *EMS*-Feldes verglichen (siehe Abbildung 5.13). Es zeigt sich bei dem Vergleich, dass eine maximale Abweichung von $5,4^\circ$ im Winkel φ zwischen der Simulation mit dem *EMS*-Feld und den ersten Messungen und eine Abweichung von maximal $4,1^\circ$ zu den Messungen der zweiten Messreihe besteht.

In den letzten drei Abschnitten konnte gezeigt werden, dass das analytische Modell der Twissparametertransformation bei vernachlässigbarer Raumladung eine sehr gute Abschätzung darüber geben kann, wie der Verlauf der Fokussierung über verschiedene magnetische Feldstärken aussehen wird. Die Übereinstimmung zwischen der Analytik und der äquivalenten Simulation unter Verwendung eines Kastenfeldes zeigt, dass die Simulationen mit dem Programm *Lintra* ähnliche Ergebnisse liefern wie die Theorie sie vorraussagt. Wie man im Vergleich der numerischen Simulationen von Kastenfeld und realistischem Feld erkennen kann, liegt der Winkel φ bei den Simulationen mit dem Kastenfeld für geringe Feldstärken etwas zu hoch und für höhere Feldstärken etwas zu niedrig, was jedoch mit der vereinfachten Annahme des Feldverlaufes und der Positionierung des Kastenfeldes zu erklären ist. Außerdem konnte gezeigt werden, dass die Transport-

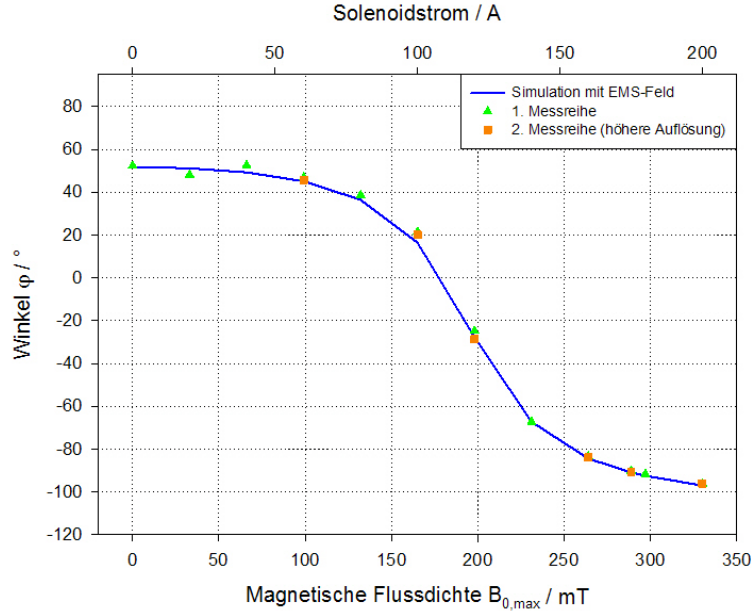


Abbildung 5.13.: Vergleich zwischen der Simulation mit dem *EMS*-Feld und den Messungen.

simulationen unter Verwendung des realistischen EMS-Feldes mit hoher Genauigkeit an die Messungen heranreichen, sodass für die Berechnung der Fokussierwirkung von Solenoiden auf das Strahltransportprogramm *Lintra* zurückgegriffen werden kann. Zusammenfassend kann man sagen, dass eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den analytisch berechneten, den numerisch simulierten und den gemessenen Phasenraum-ellipsenlagen besteht.

5.4. Auswertung von Emittanz und Wölbung

Da die analytische Twissparametertransformation keine Betrachtung einzelner Teilchen beinhaltet, kann diese nicht zur Analyse der Abbildungseigenschaften genutzt werden. Stattdessen kann man die numerischen Simulationen des mit *EMS* berechneten Feldes heranziehen, um das Verhalten von Emittanz und Wölbung bei Variation des Solenoidstroms zu betrachten.

In Abbildung 5.14 sind die numerisch aus der Ausgangsverteilung aus Aufbau II ermittelten Enveloppen für Solenoidströme zwischen 20 und 220 A gezeigt. Dabei kann man erkennen, dass bei einem Solenoidstrom unter 100 A an den Aperturen Teilchenverluste auftreten und die Transmission unter 100 % sinkt.

Die simulierten Phasenraumverteilungen für einen Strom ab 150 A sind in Abbildung 5.15 den Aufnahmen aus den Messungen gegenübergestellt. Man erkennt ab einem Solenoidstrom von 162 A deutlich die von der Emittanzmessanlage „abgeschnitten“ Winkel, die sich nicht mehr im Messbereich des Gitters befinden. Außerdem ist an allen gemessenen und simulierten Verteilungen die durch geometrische Aberrationen

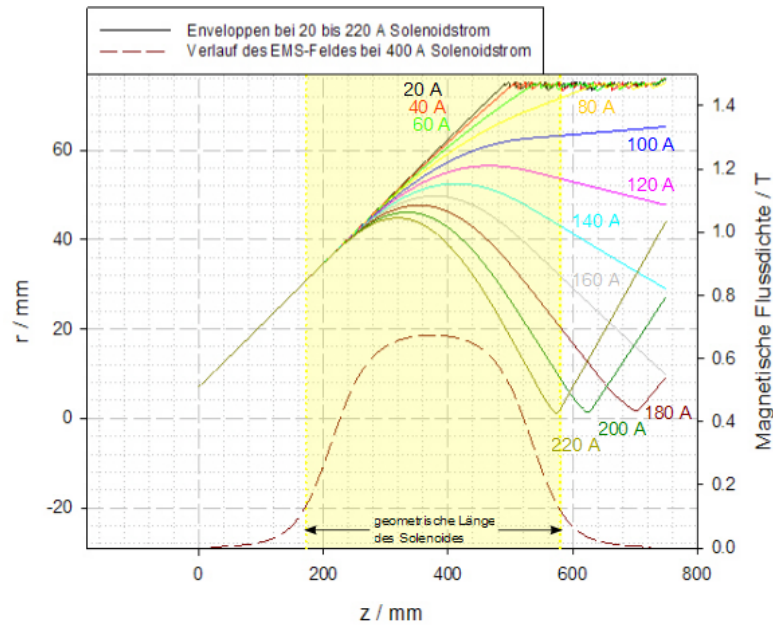


Abbildung 5.14.: Enveloppen für Solenoidströme zwischen 20 und 220 A in 20 A-Schritten und Verlauf des verwendeten EMS-Feldes (magnetische Flussdichte bei 400 A Solenoidstrom).

hervorgerufene S-Form zu erkennen. In der Messung bei 174 A Solenoidstrom, die in Abbildung 5.16 noch einmal vergrößert dargestellt ist, erkennt man zusätzlich zu der S-Form eine fächerförmige Aberration, die auf chromatische Effekte (siehe Abschnitt 2.2) zurückzuführen sein könnte [1].

Wie sich die Emittanz des Strahls am Messpunkt bei numerischen Simulationen für unterschiedliche Fokussierstärken des Solenoides ändert, ist in Abbildung 5.17 zu sehen. Der Anstieg der Emittanz im ersten Bereich ist durch die Transmission zu erklären. Da bei unvollständiger Transmission die Teilchen bei hohen Radien zuerst verloren gehen, und diese meist die Ursache für eine hohe Emittanz sind (zum Beispiel Halo-Teilchen und Aberrationen), sinkt bei fallender Transmission auch die Emittanz. Im Bereich voller Transmission erkennt man eine leichte Senkung der Emittanz, die dadurch begründet sein kann, dass mit größerer magnetischer Flussdichte der Füllgrad des Solenoides geringer wird und dadurch die nichtlinearen Feldanteile, die eine Emittanzerhöhung verursachen (siehe Abschnitt 2.2), kleiner werden. In dem Bereich um den Fokus erkennt man eine deutlichere Absenkung der Emittanz, die mit einer starken Erhöhung der Wölbung zusammenfällt. Diese Erhöhung der Wölbung könnte, wie in Abschnitt 2.1.2 beschrieben, die Ursache für die kleinere Emittanz des Strahls in diesem Bereich sein. Entfernt sich die Wölbung von $V = 2$ bedeutet das eine Änderung der Verteilungsfunktion und die Emittanz sinkt.

In Abbildung 5.18 sind die gemessenen Emittanzen den numerisch simulierten gegenübergestellt. Die beiden Graphen unterscheiden sich stark voneinander, was unter anderem an dem geringen Messbereich liegt, in dem man 100 % Transmission erhält. Für

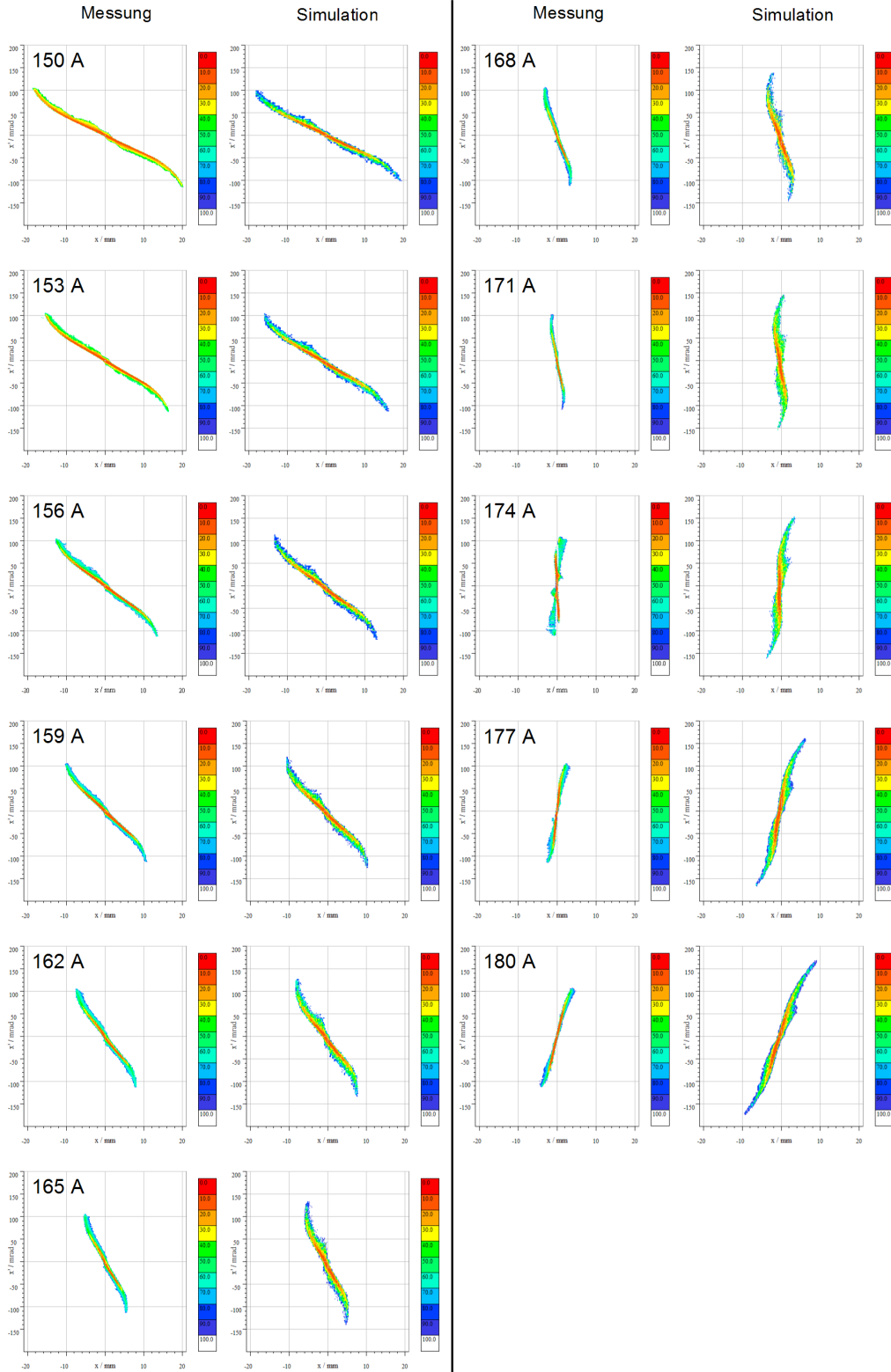


Abbildung 5.15.: Vergleich zwischen den gemessenen (links) und den simulierten Phasenraumverteilungen (rechts) für Aufbau II. Angegeben sind jeweils die Solenoidströme, bei denen fokussiert wurde.

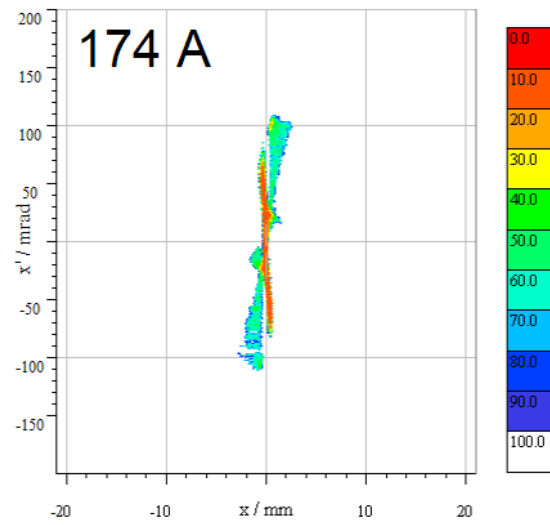


Abbildung 5.16.: Gemessene Phasenraumverteilung mit geometrischen und chromatischen Aberrationen.

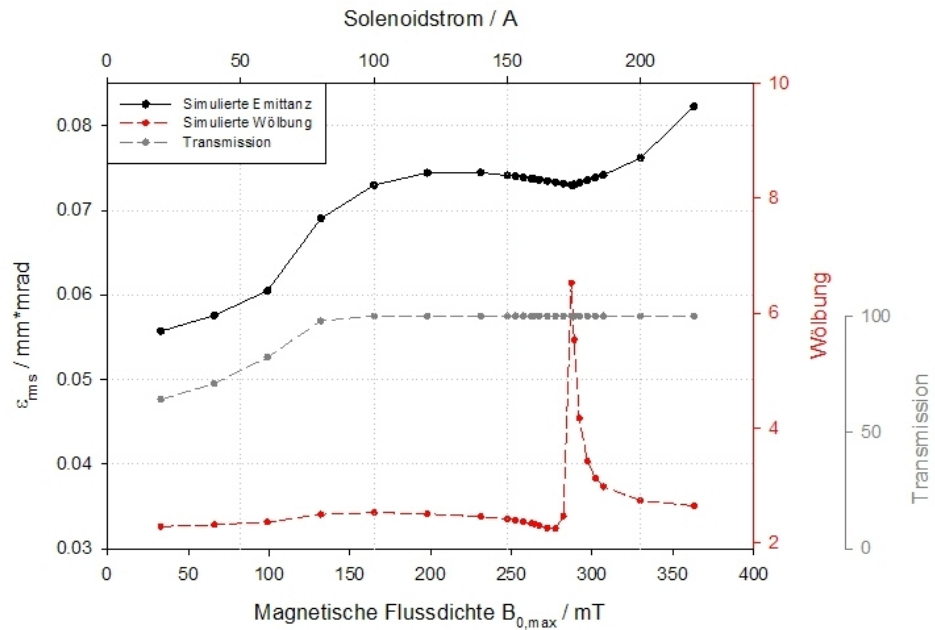


Abbildung 5.17.: Numerisch ermittelte Emittanzen und Wölbungen bei Variation der magnetischen Flussdichte.

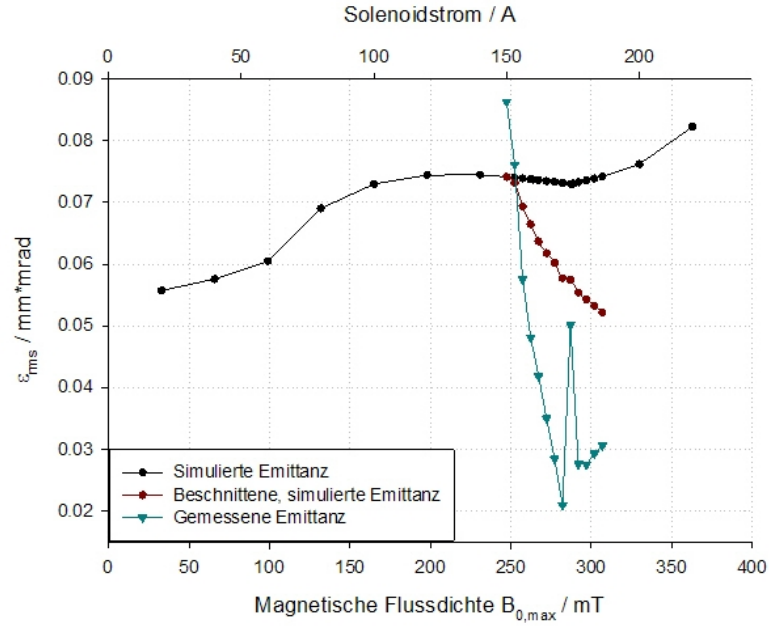


Abbildung 5.18.: Vergleich zwischen den Emittanzen aus Simulation und Messung.

die Messungen bis ungefähr 250 mT war der Radius des Strahls zu groß, ab einer Flussdichte von ungefähr 265 mT wurde der Winkel zu steil, sodass das Gitter nicht mehr alle Teilchen detektieren konnte. Für eine weitere Untersuchung ließe sich der Messbereich, bei gleicher Ausgangsverteilung, vergrößern, indem man die Drift zwischen Solenoid und Emittanzmessanlage vergrößert. Das ist aber nur bei geringen Strahlströmen möglich, da sonst die Raumladung eine transversale Aufweitung des Strahls verursacht.

Die Abweichung zwischen der gemessenen und simulierten Emittanz bei 150 A Solenoidstrom, bei dem die Ausgangsverteilung gemessen wurde, ergibt sich durch die Umwandlung der in nur einem transversalen Unterraum gemessenen Verteilung in eine vierdimensionale Verteilung, die für die numerischen Simulationen mit *Lintra* benötigt wird [14, S. 7f.].

Beschneidet man die aus der Simulation erhaltenen Verteilungen, das heißt verwirft man alle Teilchen, deren Winkel x' größer als der maximale beziehungsweise kleiner als der minimale Winkel x' aller Teilchen der aufgenommenen Verteilung bei diesem Strom ist (siehe Abbildung 5.19), erwartet man ein Absinken der Emittanz und eine bessere Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation. Diese Erwartung bestätigt sich, die gemessene Emittanz liegt jedoch weiterhin unter der simulierten Emittanz. Es spielen weitere emittanzverändernde Effekte eine Rolle, die im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter untersucht werden konnten.

Stattdessen wurde die Wölbung für die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen eingehender betrachtet. Wie in Gleichung 2.2 zu erkennen, ist die Wölbung nicht direkt von den Winkeln x' abhängig, sodass man sie für einen Vergleich der inneren Struktur der Phasenraumverteilung trotz nicht mehr vom Gitter detektierbarer Teilchen nutzen kann.

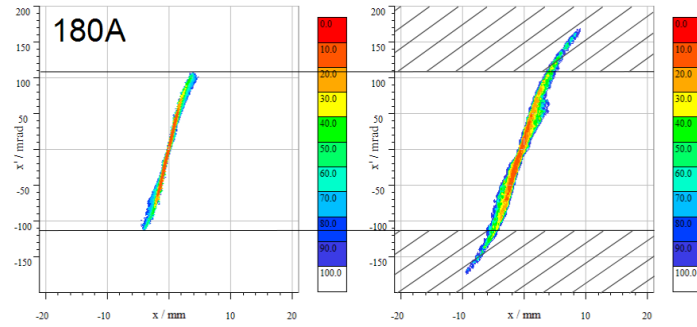


Abbildung 5.19.: Beispiel für eine „beschnittene“, simulierte Verteilung. Der graue schraffierte Bereich an der simulierten Phasenraumverteilung wurde verworfen.

In Abbildung 5.20 kann man die Wölbung für die aus den Simulationen erhaltenen Verteilungen, mit und ohne abgeschnittene Winkel, und für die zugehörigen Messungen, sehen. Man erkennt eine gute Übereinstimmung, insbesondere bei der Position des Peaks, was auf eine sehr ähnliche innere Struktur der Phasenraumverteilung schließen lässt.

Die Abweichung bei hohen magnetischen Feldstärken liegen auch im Fall der Wölbung an den abgeschnittenen Verteilungen. Da Teilchen mit großen Winkeln x' nicht gleichmäßig über den Strahl verteilt sind, sondern sich zu einem großen Teil bei großen Strahlradien befinden, erhält man eine indirekte Abhängigkeit der Wölbung von den Winkeln. Bei einem Verlust von Teilchen mit hohen Winkeln verliert man also Aberrationen, was in einer Annäherung der Wölbung an einen Wert von $V = 2$ resultiert. Die beschnittene, simulierte Verteilung zeigt dieses Verhalten noch etwas stärker als die gemessene.

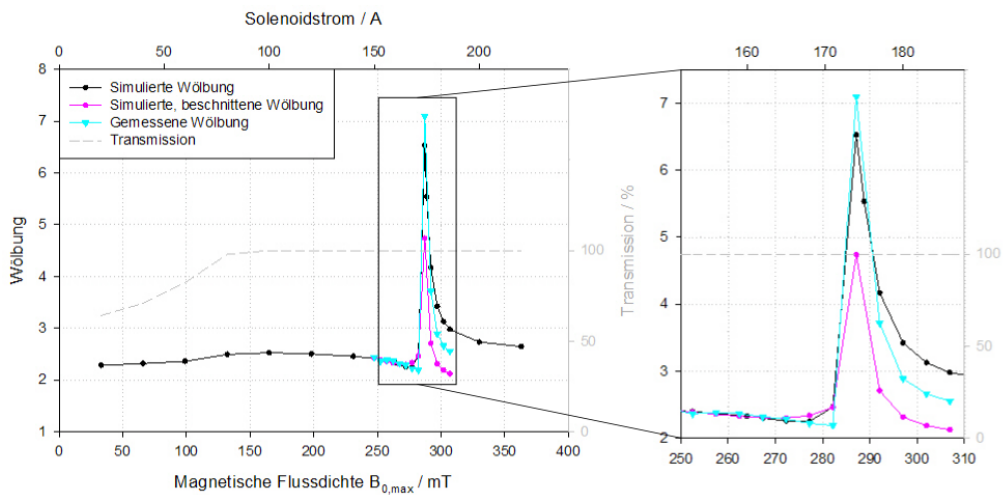


Abbildung 5.20.: Wölbung von Simulationen und Messungen. Punkte markieren Werte aus numerischen Simulationen, Dreiecke markieren gemessene Werte.

5.5. Vergleich der Simulationen beider Startverteilungen

Wie in Abschnitt 4.5 beschrieben, gab es im Rahmen dieser Arbeit zwei unterschiedliche Messaufbauten. In Aufbau I befand sich die Emittanzmessanlage direkt hinter der Quelle. Die so aufgenommene und über Zeitumkehr zurückgerechnete Ausgangsverteilung wird ab jetzt Startverteilung I genannt. Mit Aufbau II wurde der Einfluss des Magnetfeldes des Solenoides auf die Ausgangsverteilung untersucht und die Messungen der Phasenraumverteilungen bei unterschiedlichen Magnetfeldern durchgeführt. Die Ausgangsverteilung, die in diesem Aufbau bei 150,5 A Solenoidstrom gemessen und dann ebenfalls über Zeitumkehr zurückgerechnet wurde, wird ab hier Startverteilung II genannt.

Bisher wurden alle Simulationen mit Startverteilung II durchgeführt. Doch welchen Einfluss hat die zu Startverteilung II leicht abweichende Startverteilung I auf die in dieser Arbeit vorgestellten Messgrößen? Betrachtet man zuerst den Winkel φ in Abbildung 5.21, erkennt man, dass sich das Verhalten über die magnetische Feldstärke sehr ähnelt, die Fokussierung für die Startverteilung I jedoch etwas schwächer zu sein scheint als für Startverteilung II. Die Begründung dafür sieht man in Abbildung 5.23, in der für beide Simulationen für verschiedene Solenoidstromstärken die Phasenraumverteilungen am Messpunkt gezeigt sind. Werden beide Startverteilungen durch eine 750 mm lange Drift (entspricht der Simulation bei 0 A Solenoidstrom) transportiert, so erkennt man, dass der Winkel φ zwischen der x -Achse und der großen Halbachse der gedachten Phasenraumellipse ungefähr gleich ist. Dass die beiden Phasenraumverteilungen trotz der

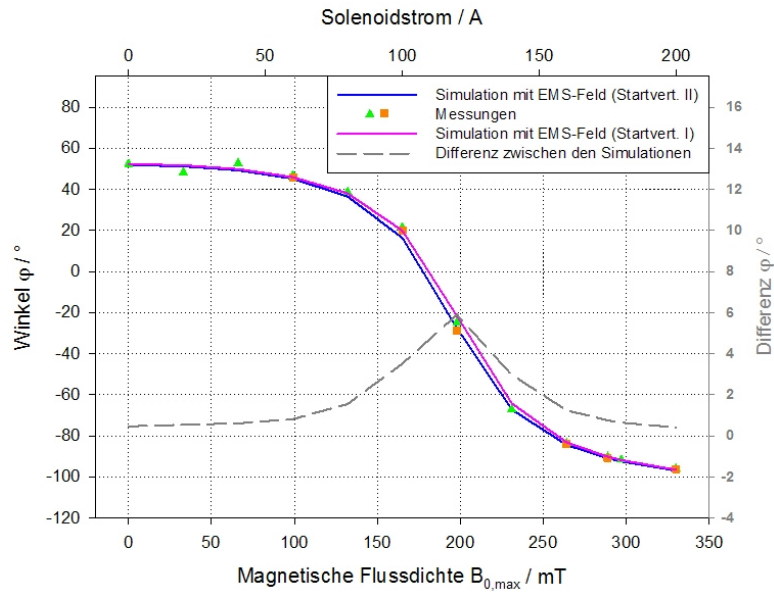


Abbildung 5.21.: Vergleich des Winkels φ aus den Simulationen unter Verwendung eines EMS-Feldes mit den Ausgangsverteilungen aus den beiden Aufbauten I und II. Die graue Linie kennzeichnet die Differenz $\varphi_{\text{Aufbau I}} - \varphi_{\text{Aufbau II}}$ zwischen den beiden Kurven (Skala rechts).

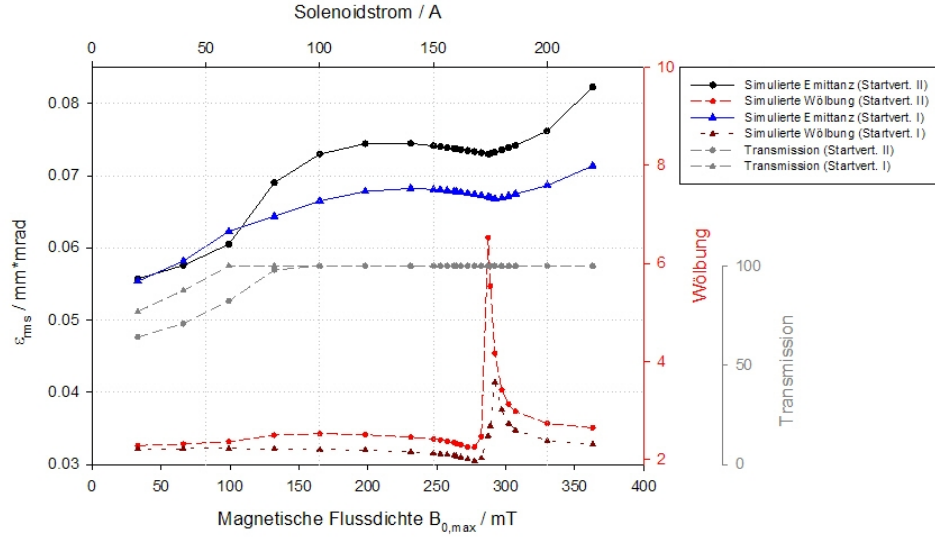


Abbildung 5.22.: Emittanz und Wölbung über die magnetische Flussdichte für die Simulationen mit den beiden Startverteilungen I und II.

unterschiedlichen Startparameter nun den gleichen Radius haben, liegt an der in die Simulation eingebaute Apertur von 77 mm für die Drift nach dem Solenoid, an der Teilchen verloren gehen. Für höhere Feldstärken erkennt man, dass die durch Aberrationen verursachte S-Form des Strahls die Lage der rms-Phasenraumellipse beeinflusst, wodurch der Strahl einen leicht veränderten Winkel φ erhält.

Ebenfalls in Abbildung 5.21 erkennbar ist, dass bei niedrigen magnetischen Flussdichten die Messwerte näher an den Simulation mit Startverteilung I liegen, während die Messungen bei hohen Flussdichten einen kleineren Abstand zu den Simulationen mit Startverteilung II besitzen. Dieses Ergebnis war zu erwarten, da sich die Startverteilungen hauptsächlich durch den Einfluss des Magnetfeldes des Solenoides auf die Quelle unterscheiden und dieser bei höheren Stromstärken dominant wird. Die beiden Simulationen geben damit eine Abschätzung für eine obere und eine untere Grenze des Phasenraumwinkels φ an.

Für die Betrachtung der Emittanz und der Wölbung sind in Abbildung 5.22 diese beiden Größen von beiden Simulationsreihen zusammen mit der Transmission über der magnetischen Flussdichte geplottet. Der Verlauf der Emittanzfunktion ist sehr ähnlich, wobei die Emittanz des Strahls bei der Simulation mit Startverteilung I durch den schnelleren Anstieg der Transmission zuerst etwas über die Emittanz des Strahls bei der Simulation mit Startverteilung II steigt, dann jedoch im weiteren Verlauf durchgängig darunter bleibt. Bei genauem Betrachten fällt auf, dass sich jedoch das lokale Minimum bei hohen magnetischen Flussdichten um etwa 10 mT zu größeren Feldstärken verschoben hat. Auch hier wird also die schwächere Fokussierung des Strahls mit der Startverteilung I deutlich. Diesen Effekt kann man noch besser am Verhalten der Wölbung beobachten, deren Peak ebenfalls diese Verschiebung aufweist. Die Wölbung weist ansonsten weitestgehend den gleichen Verlauf auf wie die Funktion mit der Startverteilung II.

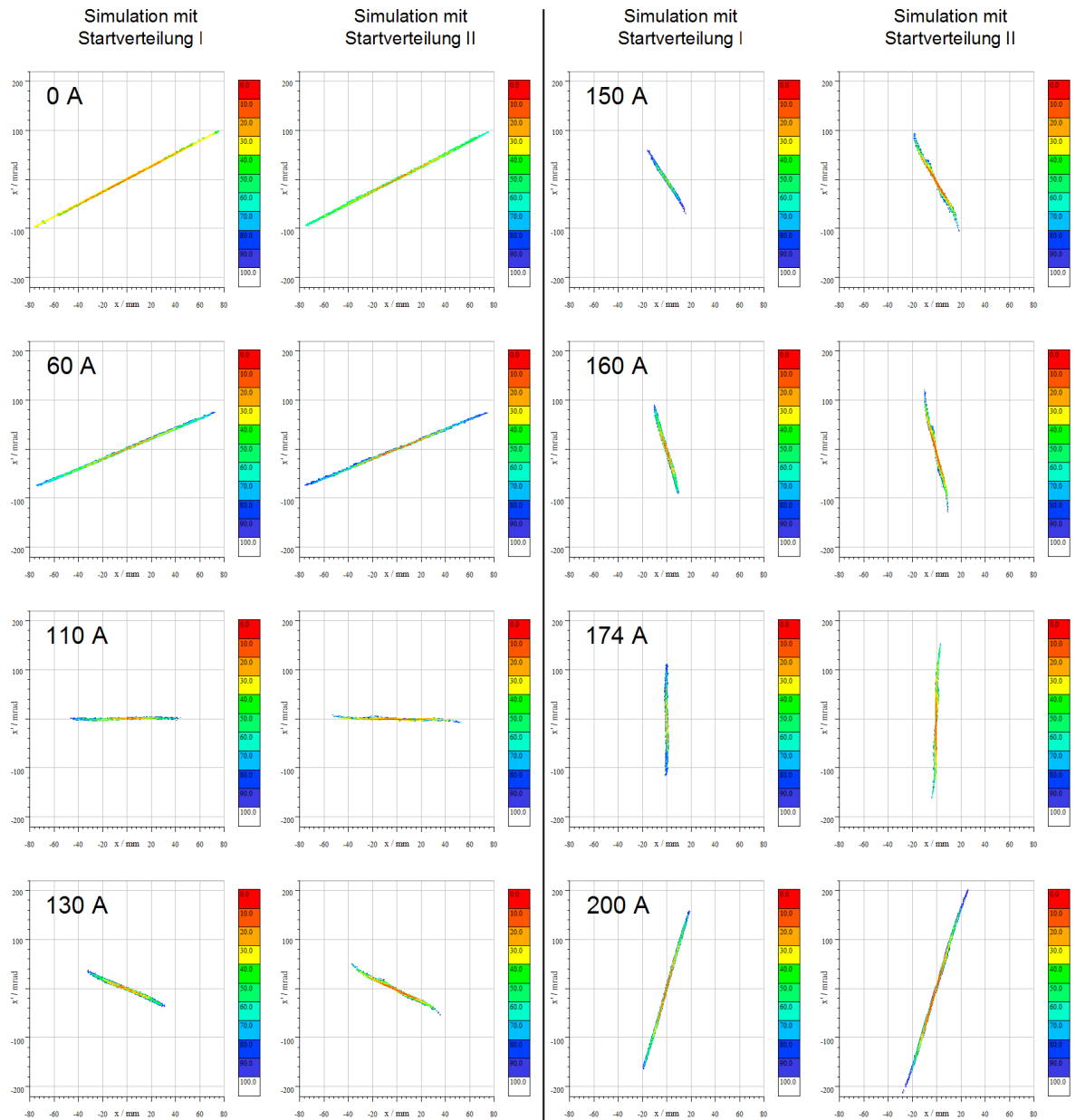


Abbildung 5.23.: Vergleich zwischen den simulierten Phasenraumverteilungen mit Startverteilung I (links) und Startverteilung II (rechts). Angegeben sind jeweils die Solenoidströme, bei denen fokussiert wurde.

6. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden die Fokussier- und Abbildungseigenschaften des ersten Solenoides der FRANZ-LEBT-Sektion untersucht. Als Einleitung wurde eine kurze Übersicht über das FRANZ-Projekt gegeben, das sich momentan in der Experimentierhalle des Instituts für Angewandte Physik der Goethe-Universität Frankfurt am Main im Aufbau befindet. Dann wurde eine Einführung in die Begriffe der Phasenraumverteilung, Emittanz und Wölbung und eine Übersicht über mögliche Ursachen für Emittanzwachstum in einem Solenoid gegeben.

Da eine dünne Linsennäherung bei diesem Solenoid nicht möglich ist, wurde eine analytische Behandlung zur Transformation der Twissparameter einer Drift und eines Solenoides mit Hilfe der Matrizenrechnung vorgestellt und später auf den Versuchsaufbau angewandt. Es konnte gezeigt werden, dass man mit der vereinfachten Annahme eines Kastenfeldes mit gleicher maximaler Feldstärke $B_{0,\max}$ und gleichem Integral über B_z wie bei einem realistischen Feldverlauf, eine gute Abschätzung für die Fokussierung des Solenoides bekommt.

Zwei Experimente zur Bestimmung zweier Ausgangsverteilungen, einer mit und einer ohne Solenoid im Strahlgang, wurden aufgebaut und der Effekt des Magnetfeldes des Solenoides auf die Ausgangsverteilung gezeigt. Mit der Verteilung, die mit dem Solenoid im Strahlgang bestimmt wurde, wurden numerische Simulationen durchgeführt, die Ergebnisse mit den analytischen Rechnungen verglichen und mit Messungen bestätigt. Dabei konnte gezeigt werden, dass kleine Abweichungen in der Raumladungskompensation wegen der geringen Strahlintensität nur einen geringen Einfluss auf die Fokussierung besitzen. Das Konzept der Parametrisierung der Phasenraumellipsenlage durch den Winkel φ wurde eingeführt. Es hat sich als geeignet erwiesen, um eine vergleichende Größe für die Fokussierung des Solenoides zu erhalten und konnte auch bei unvollständig gemessenen Phasenraumverteilungen eingesetzt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte weiterhin gezeigt werden, dass die numerische Simulation des Winkels φ unter Verwendung eines Kastenfeldes eine Abweichung von maximal $4,5^\circ$ Grad in der Phasenraumellipsenlage oder 5 mT in der magnetischen Flussdichte zur analytischen Lösung besitzt. Die numerische Behandlung der Fokussierwirkung des Solenoides durch ein Kastenfeld weicht jedoch von der Fokussierung durch ein numerisch ermitteltes, realistisches Feld ab, da der maximale Strahlradius innerhalb des Solenoides mit der Fokussierstärke zusammenhängt. Die Messungen stimmen mit einer maximalen Abweichung in der Phasenraumellipsenlage von $5,4^\circ$ für die erste und $4,1^\circ$ für die zweite Messreihe mit den numerischen Simulationen unter Verwendung eines realistischen Feldes überein. Für einen Vergleich aller Graphen mit dem Winkel φ sind diese in Abbildung 6.1 noch einmal zusammengefasst. Möchte man den Winkel φ weiter untersuchen, so eignet sich der Bereich des konvergenten Strahls besser, um unterschiedliche

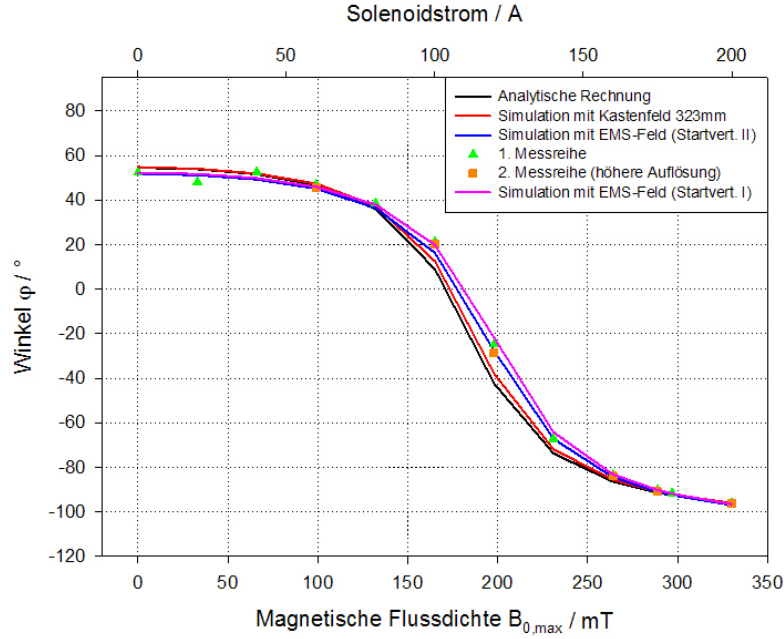


Abbildung 6.1.: Phasenraumwinkel φ für analytische Rechnungen, Simulationen und Messungen.

Ausgangsparameter voneinander unterscheiden zu können, als der Bereich des divergenten Strahls, da hier die Differenz zwischen allen Graphen am größten ist.

Sind sich zwei Startverteilungen in ihrem Winkel φ ähnlich, hat sich die Betrachtung dieses Winkels über die magnetische Flussdichte als nicht sinnvoll für die Unterscheidung zwischen den beiden Verteilungen herausgestellt. Stattdessen kann man bei Untersuchung der Wölbung zwei Startverteilungen, die ähnlich vom Solenoid fokussiert werden, durch die Höhe und die Position des lokalen Maximums unterscheiden.

Durch den begrenzten Messbereich der Schlitz-Gitter-Messanlage ließ sich die Phasenraumverteilung nur bei sehr wenigen Fokussierstärken vollständig messen. Auch wenn eine quantitative Bestimmung der Emittanzerhöhung daher nicht möglich war, kann man die zu einer Emittanzerhöhung führenden S- und fächerförmigen Aberrationen in den Phasenraumverteilungen der Messungen erkennen (siehe Abbildung 5.15). Mit numerischen Simulationen ließen sich die vollständigen Phasenraumverteilungen berechnen, bei denen sich eine Emittanzerhöhung durch die nichtlinearen Feldanteile im Solenoid zeigte. Um dazu weitere Untersuchungen durchführen zu können, wird derzeit eine neue Volumenquelle mit einem Pentodenextraktionssystem in Betrieb genommen, mit der ein geringerer Divergenzwinkel erreicht werden kann. Dadurch wird der Radius des Strahls am Messpunkt kleiner werden. So liegt auch bei geringeren Solenoidströmen die gesamte Verteilung im Messbereich der Emittanzmessanlage. Auch die emittanzvergrößernden Effekte, die nicht durch geometrische Aberrationen verursacht sind, sollten näher analysiert werden. Dazu könnte zum Beispiel für die chromatischen Aberrationen die in [13] gemessene Energieverschmierung der Quellenverteilung eingehender untersucht und die

Auswirkungen auf die Abbildungseigenschaften des Solenoides berechnet beziehungsweise simuliert werden.

Mit der oben erwähnten neuen Quelle und dem Anschluss des 150 kV-Terminals ist auch das in Anhang I hergeleitete Impuls- und Perveanzäquivalent des Heliumstrahls zum FRANZ-Protonenstrahl möglich, sodass das Raumladungsverhalten des Strahls und die Fokussierwirkung des Solenoides direkt auf den FRANZ-Strahl übertragbar sind. Dabei ist die technische Herausforderung durch die niedrigeren Strahlenergien und -intensitäten insgesamt geringer. Des Weiteren wird im Rahmen einer Masterarbeit der Tomografietank aus [26] in Betrieb genommen, um das Diagnoseverfahren zu testen und die gemessenen Daten mit den im Rahmen dieser Arbeit gemachten Messungen zu vergleichen.

Literaturverzeichnis

- [1] ALMOMANI, A. ; DROBA, M. ; RATZINGER, U. : Matching the Laser Generated p - bunch into a CH-DTL. In: *Proceedings of IPAC'10*, 2010, S. 4355–4357
- [2] ARLANDINI, C. ; HEIL, M. ; KÄPPELER, F. ; REIFARTH, R. ; VOSS, F. ; WISSHAK, K. : *Sternmodelle im Test: Die Phase der Roten Riesen*. In: *FZK-Nachrichten* (2/2001)
- [3] BEER, H. ; DABABNEH, S. ; HEIL, M. ; KÄPPELER, F. ; PLAG, R. ; RAPP, W. ; REIFARTH, R. ; VOSS, F. ; WISSHAK, K. : *Laborbestimmung stellarer Neutronenreaktionen*. In: *FZK-Nachrichten* (2/2001)
- [4] CHAU, L. P.: *Auslegung eines Nanosekunden-Bunchkompressors für intensive Protonenstrahlen*, Goethe Universität Frankfurt am Main, Dissertation, wird demnächst veröffentlicht
- [5] CHAU, L. P. ; DROBA, M. ; MEUSEL, O. ; NOLL, D. ; RATZINGER, U. ; WIESNER, C. : Bunch Compressor for Intense Proton Beams. In: *Proceedings of Linear Accelerator Conference LINAC'10*, 2010, S. 730–734
- [6] CHAU, L. P.: *Zeitumkehr bei Strahldynamik: Tests mit LORASR*. Seminar „Aktuelle Fragen der Beschleuniger- und Plasmaphysik“, 2008
- [7] COMPUTER SIMULATION TECHNOLOGY: *EM Studio*. – <http://www.cst.com/Content/Products/EMS/Overview.aspx>, Abruf: 14.09.2011
- [8] DÖLLING, R. : *Raumladungskompensation driftender intensiver Strahlen niederenergetischer Ionen und Techniken zu ihrer Vermessung*, Goethe Universität Frankfurt am Main, Dissertation, 1994
- [9] DROBA, M. : *Charged particle beams in strong magnetic fields*. Seminar „Aktuelle Fragen der Beschleuniger- und Plasmaphysik“, 2009
- [10] GROSS, P. : *Untersuchungen zum Emittanzwachstum intensiver Ionenstrahlen bei teilweiser Kompensation der Raumladung*, Goethe Universität Frankfurt am Main, Dissertation, 2000
- [11] HINTERBERGER, F. : *Physik der Teilchenbeschleuniger und Ionenoptik*. Berlin : Springer, 2008

- [12] HOLLINGER, R. ; BELLER, P. ; VOLK, K. ; WEBER, M. ; KLEIN, H. : *The Frankfurt 200 mA proton source*. In: *Review of Scientific Instruments* 71 (2000), Nr. 2, 836-838. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1150307>, Abruf: 14.09.2011. – DOI 10.1063/1.1150307
- [13] JOSHI, N. S.: *Investigations on Transport and Storage of High Ion Beam Intensities*, Goethe Universität Frankfurt am Main, Dissertation, 2009
- [14] MEUSEL, O. : *Untersuchungen zum Transport niederenergetischer und hochperveanter Strahlen schwerer Ionen mit einer Doppel-Gabor-Plasmalinse*, Goethe Universität Frankfurt am Main, Diplomarbeit, 2001
- [15] NOLL, D. : *Strahldynamische Rechnungen und Kavitätdesign für den FRANZ-Bunchkompressor*, Goethe Universität Frankfurt am Main, Masterarbeit, wird demnächst veröffentlicht
- [16] NÖRENBERG, R. ; RATZINGER, U. ; SUN, J. ; VOLK, K. : *Development of a high efficiency proton source for the Frankfurter-Neutronen-Quelle am Stern-Gerlach-Zentrum*. In: *Review of Scientific Instruments* 79 (2008), Nr. 2. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2838245>, Abruf: 09.09.2011. – DOI 10.1063/1.2838245
- [17] PFISTER, J. : *Entwicklung und Anwendung schneller Strahldiagnose für Ionenstrahlen*, Goethe Universität Frankfurt am Main, Dissertation, 2010
- [18] POZIMSKI, J. ; MEUSEL, O. : *LINTRA ein Computerprogramm zur Berechnung des Strahltransportes teilkompensierter, hochperveanter Ionenstrahlen*. In: *GrakoNews (Herausgeber: Graduiertenkolleg Physik und Technik von Beschleunigern)* 1/1999 (1999), S. 33–34
- [19] RATZINGER, U. : *Effiziente Hochfrequenz-Linearbeschleuniger für leichte und schwere Ionen*, Goethe Universität Frankfurt am Main, Habilitationsschrift, 1998
- [20] REICHAU, H. ; MEUSEL, O. ; RATZINGER, U. ; WAGNER, C. : *Optical Diagnostics for Frankfurt Neutron Source*. In: *Proceedings of DIPAC'11*, 2011, S. 443–445
- [21] REIFARTH, R. : *The s-process overview and selected developments*. In: *Journal of Physics: Conference Series* 202 (2010), Nr. 1, 012022. <http://stacks.iop.org/1742-6596/202/i=1/a=012022>, Abruf: 09.09.2011
- [22] SACHERER, F. J.: *RMS Envelope Equations with Space Charge*. In: *IEEE Transactions on Nuclear Science* 18 (1971), S. 1105–1107
- [23] SCHEMPF, A. : *Beiträge zur Entwicklung der Radiofrequenzquadrupol (RFQ)-Ionenbeschleuniger*, Goethe Universität Frankfurt am Main, Habilitationsschrift, 1990
- [24] STRUCKMEIER, J. : *Ion Beam Optics*. Vorlesung an der Goethe Universität Frankfurt am Main, 2005

- [25] STRUCKMEIER, J. : *Liouville's theorem: Basics, Applications, and Limitations*. Seminar „Aktuelle Fragen der Beschleuniger- und Plasmaphysik“, 2006
- [26] WAGNER, C. : *Entwicklung eines Teststandes für die optische Strahltomographie*, Goethe Universität Frankfurt am Main, Bachelorarbeit, 2010
- [27] WANGLER, T. P. ; CRANDALL, K. R. ; MILLS, R. S. ; REISER, M. : *Relation between Field Energy and rms Emittance in Intense Particle Beams*. In: *IEEE Transactions on Nuclear Science* 32 (1985), Nr. 5, S. 2196–2200
- [28] WIEDEMANN, H. : *Particle Accelerator Physics*. 3rd Edition. Berlin : Springer, 2007
- [29] WIESNER, C. : *Schnelles Choppersystem für hochintensive Protonenstrahlen*, Goethe Universität Frankfurt am Main, Diplomarbeit, 2008
- [30] WIESNER, C. ; CHAU, L. P. ; DINTER, H. ; JOSHI, N. ; MEUSEL, O. ; MÜLLER, I. ; RATZINGER, U. : *$E \times B$ chopper system for high intensity proton beams*. In: *Proceedings of Linear Accelerator Conference LINAC'10*, 2010, S. 916–918

Abbildungsverzeichnis

1.1. Schemazeichnung der Frankfurter Neutronenquelle FRANZ.	1
2.1. Darstellung des Zusammenhangs zwischen transversalem Impuls und Ablenkwinkel (aus [17]).	4
2.2. Darstellung einer Phasenraumellipse mit den Twissparametern α , β und γ (aus [28]).	7
2.3. Simulation der radialen magnetischen Flussdichte unter der Eisenkante des Solenoides und aus dem Verlauf resultierende Füllgradgrenze (aus [29]).	9
3.1. Schematische Übersicht der LEBT-Sektion der Neutronenquelle FRANZ (aus [29]).	14
3.2. Choppersystem mit anschließendem Septummagnet. Rot sind die Trajektorien des abgelenkten und des nicht abgelenkten Strahls (nach [30]). . .	15
3.3. Strahlenveloppe aus Transportsimulationen durch die FRANZ LEBT-Sektion für einen Protonenstrahl mit 150 mA Strahlstrom, bei einer Strahlenergie von 120 keV und je 10 % H_2^+ - und H_3^+ -Fraktion. Die angenommene Raumladungskompensation beträgt 85 %.	16
4.1. Im Experiment verwendete Ionenquelle.	18
4.2. Im Experiment verwendetes Solenoid Typ II.	19
4.3. Fokussierung eines 120 keV Protonenstrahls mit einem Solenoid Typ II. Die Simulation wurde mit <i>CST Particle Studio</i> durchgeführt.	20
4.4. Fokussierung eines 120 keV Protonenstrahls durch ein Solenoid Typ II mit <i>CST Particle Studio</i> mit Blick in Strahlrichtung. Die Farben der Teilchen trajektorien dienen der besseren Anschaulichkeit.	21
4.5. Aufbau einer Schlitz-Gitter-Emittanzmessanlage (aus [24]).	22
4.6. Versuchsaufbau I (Aufnahme aus dem Terminal): Die Emittanzmessanlage ist hinter die Quelle montiert.	25
4.7. Quellenverteilung I: Die Emittanzmessanlage ist hinter die Quelle montiert.	25
4.8. Versuchsaufbau II (Aufnahme von außen): Die Emittanzmessanlage ist hinter das erste Solenoid der LEBT-Sektion von FRANZ montiert.	26
4.9. Schemazeichnung des zweiten Versuchsaufbaus mit Aperturdurchmesserangaben in den Bauteilen und Längenangaben darunter.	27
4.10. Quellenverteilung II: Mit dem Solenoid im Strahlgang, bei einem Solenoidstrom von 150,5 A gemessen.	27

5.1.	Rechts ist die gemessene Verteilung aus Aufbau II zu sehen, die auf der roten Enveloppe zu der Ausgangsverteilung am Kupferflansch zurückgerechnet wurde. Von dort aus wurde für verschiedene Solenoidfeldstärken der Strahltransport simuliert (schwarze Enveloppen).	29
5.2.	Enveloppen und Feldverlauf für zwei unterschiedliche Kastenfeldpositionen und das EMS-Feld, bei 160 A Solenoidstrom.	30
5.3.	Numerisch ermittelter Zusammenhang zwischen maximaler magnetischer Flussdichte auf der Achse und Solenoidstrom für ein Solenoid Typ II.	31
5.4.	Durch die analytischen Rechnungen ermittelte Emittanzellipsen am Ende des Versuchsaufbaus für verschiedene Solenoidstromstärken.	32
5.5.	Analytisch ermittelte Emittanzellipsen. Für eine bessere Übersichtlichkeit ist jeweils nur die Hälfte der Emittanzellipse dargestellt.	33
5.6.	Winkel ξ , unter dem der Fokus des Solenoides hinter dem Messpunkt liegt und somit ein konvergenter Strahl gemessen wird.	34
5.7.	Zwischen der x-Achse und der großen Halbachse der Emittanzellipse eingeschlossener Winkel φ .	35
5.8.	Analytisches Ergebnis des Winkels φ bei Variation der magnetischen Flussdichte.	35
5.9.	Vergleich der aus der Analytik und der Simulation mit einem Kastenfeld erhaltenen Winkel φ . Die graue Linie kennzeichnet die Differenz $\varphi_{\text{simuliert}} - \varphi_{\text{analytisch}}$ zwischen den beiden Kurven (Skala rechts).	37
5.10.	Verlauf des Winkels φ bei Variation der Perveanz.	38
5.11.	Winkel φ für die Simulation unter Verwendung des Kasten- und EMS-Feldes. Die graue Linie kennzeichnet die Abweichung $\varphi_{\text{EMS-Feld}} - \varphi_{\text{Kastenfeld}}$ zwischen den beiden Kurven (Skala rechts).	38
5.12.	Enveloppen und Feldverlauf für die beiden Felder, mit denen der Strahltransport simuliert wurde, bei 160 A Solenoidstrom.	39
5.13.	Vergleich zwischen der Simulation mit dem EMS-Feld und den Messungen.	40
5.14.	Enveloppen für Solenoidströme zwischen 20 und 220 A in 20 A-Schritten und Verlauf des verwendeten EMS-Feldes (magnetische Flussdichte bei 400 A Solenoidstrom).	41
5.15.	Vergleich zwischen den gemessenen (links) und den simulierten Phasenraumverteilungen (rechts) für Aufbau II. Angegeben sind jeweils die Solenoidströme, bei denen fokussiert wurde.	42
5.16.	Gemessene Phasenraumverteilung mit geometrischen und chromatischen Aberrationen.	43
5.17.	Numerisch ermittelte Emittanzen und Wölbungen bei Variation der magnetischen Flussdichte.	43
5.18.	Vergleich zwischen den Emittanzen aus Simulation und Messung.	44
5.19.	Beispiel für eine „beschnittene“, simulierte Verteilung. Der grau schraffierte Bereich an der simulierten Phasenraumverteilung wurde verworfen.	45
5.20.	Wölbung von Simulationen und Messungen. Punkte markieren Werte aus numerischen Simulationen, Dreiecke markieren gemessene Werte.	45

5.21. Vergleich des Winkels φ aus den Simulationen unter Verwendung eines EMS-Feldes mit den Ausgangsverteilungen aus den beiden Aufbauten I und II. Die graue Linie kennzeichnet die Differenz $\varphi_{\text{Aufbau I}} - \varphi_{\text{Aufbau II}}$ zwischen den beiden Kurven (Skala rechts).	46
5.22. Emittanz und Wölbung über die magnetische Flussdichte für die Simulationen mit den beiden Startverteilungen I und II.	47
5.23. Vergleich zwischen den simulierten Phasenraumverteilungen mit Startverteilung I (links) und Startverteilung II (rechts). Angegeben sind jeweils die Solenoidströme, bei denen fokussiert wurde.	48
6.1. Phasenraumwinkel φ für analytische Rechnungen, Simulationen und Messungen.	50

Tabellenverzeichnis

4.1. Parameter der verwendeten Schlitz-Gitter-Emittanzmessanlage.	22
4.2. Parameter der Phasenraumverteilungen aus Versuchsaufbau I.	26
4.3. Parameter der Phasenraumverteilungen aus Versuchsaufbau II.	27
5.1. Twissparameter zu den in Abbildung 5.4 gezeigten Emittanzellipsen. . .	32

I. Impuls- und Perveanzäquivalent

Um die Fokussier- und Raumladungskräfte unter gleichen Bedingungen untersuchen zu können, wie sie im Betrieb von FRANZ mit dem Protonenstrahl sein werden, müssen bei den beiden Strahlen gleicher Impuls und gleiche generalisierte Perveanz hergestellt werden. Für die Berechnung wurde eine Strahlenergie der H^+ -Ionen von $U_H = 120 \text{ keV}$ bei einem Strom von $I_H = 150 \text{ mA}$ angenommen.

Äquivalenter Impuls:

$$p_H = m_H v_H = m_{He} v_{He} = p_{He} \quad \text{mit} \quad 4m_H = m_{He}$$

$$\frac{m_H}{4m_H} = \frac{v_{He}}{v_H}$$

$$\Rightarrow 4v_{He} = v_H$$

$$q_i U = \frac{1}{2} m_i v_i^2 \quad \text{mit} \quad q_{He} = q_H$$

$$\Rightarrow \frac{m_H v_H^2}{U_H} = \frac{m_{He} v_{He}^2}{U_{He}}$$

$$\frac{m_H v_H^2}{U_H} = \frac{4m_H \frac{1}{16} v_H^2}{U_{He}}$$

$$\Rightarrow U_{He} = \frac{1}{4} U_H \quad \Rightarrow \quad U_{He} = 30 \text{ kV}.$$

Äquivalente Perveanz:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{m_H}{2q_H}} \frac{I_H}{U_H^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{m_{He}}{2q_{He}}} \frac{I_{He}}{U_{He}^{\frac{3}{2}}}$$

$$\sqrt{\frac{m_H}{q_H}} \frac{I_H}{U_H^{\frac{3}{2}}} = \sqrt{\frac{4m_H}{q_{He}}} \frac{I_{He}}{(\frac{1}{4}U_H)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{mit} \quad q_{He} = q_H$$

$$I_{He} = \frac{1}{2 \cdot 4^{\frac{3}{2}}} I_H = \frac{1}{16} I_H \quad \Rightarrow \quad I_{He} = 9,375 \text{ mA}.$$

Danksagung

Am Ende dieser Arbeit möchte ich mich bei einigen Leuten bedanken.

Prof. Dr. Ratzinger dafür, dass er mir die Forschungsarbeit hier am Institut möglich gemacht und mich in meiner Arbeit unterstützt hat.

Dr. Oliver Meusel für die Unterstützung in Theorie und Messung und der stetigen Erweiterung meines Horizonts.

Christoph Wiesner für die hervorragende Betreuung meiner Bachelorarbeit und für seine Bereitschaft, wiederholt über Sachverhalte zu diskutieren, die ich dachte verstanden zu haben.

Dr. Martin Droba für sein Wissen über Solenoide, das er gerne bereit war mit mir zu teilen.

Long Phi, Hannes und Daniel für die Beantwortung von physikalischen und unphysikalischen Fragen.

Stefan Schmidt für die kurze und prägnante Einführung in die astrophysikalischen Möglichkeiten, die FRANZ bietet.

Herrn Andreas Kreßmann für die Messungen am ersten Solenoiden, der mir damit den Weg ebnete, mit eben jenem arbeiten zu können.

Sven Reploeg für die Beratung in Sachen Statik für das Gerüst der Emittanzmessanlage.

Meinen Eltern, die immer für mich da waren und mich in allem unterstützt haben.

Meinem Patenonkel Dr. Peter Tippe für die finanzielle Unterstützung in meiner Studienzeit.

Allen Freunden, meiner Freundin und meiner Arbeitsgruppe dafür, dass sie mich auch in den stressigen Zeiten ausgehalten und aufgebaut haben.

Außerdem allen Lesern der Vorabversionen dieser Arbeit nochmal ein herzliches Dankeschön für ihre Korrekturvorschläge und die ins Lesen investierte Zeit.

Erklärung (nach §30 (11) Ordnung für den Bachelor- und den Masterstudiengang)

Hiermit erkläre ich, dass ich die Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Quellen und Hilfsmittel verfasst habe. Alle Stellen der Arbeit, die wörtlich oder sinngemäß aus Veröffentlichungen oder aus anderen fremden Texten entnommen wurden, sind von mir als solche kenntlich gemacht worden. Ferner erkläre ich, dass die Arbeit nicht - auch nicht auszugsweise - für eine andere Prüfung verwendet wurde.

Frankfurt, den 30.09.2011